Câu 1. [Đề thi thử trường MARIE CURIE 2026] Một nền tảng học trực tuyến tiến hành khảo sát nhu cầu học tập của người dùng. Kết quả cho thấy tất cả người dùng đều tham gia ít nhất một khóa học. Trong số đó, có 68% người dùng tham gia từ hai khóa trở lên, 37% người dùng tham gia khóa học tiếng Anh. Ngoài ra, trong nhóm người dùng tham gia từ hai khóa trở lên, có 29% người tham gia khóa tiếng Anh.

Gọi A là biến cố "Người dùng tham gia từ hai khóa học trở lên",

B là biến cố "Người dùng tham gia khóa học tiếng Anh". Xét các khẳng định sau:

a) $P(\overline{A})=0,32$.

b) $P(B\mid A)=0,29$.

c) $P(AB)>0,2$.

d) Xác suất một người chỉ tham gia đúng một khóa học và không tham gia khóa tiếng Anh lớn hơn 0,15.

Giải

Gọi:

A: "Người dùng tham gia từ hai khóa học trở lên".

B: "Người dùng tham gia khóa học tiếng Anh".

Theo đề: $P(A)=0,68$.

$P(B)=0,37$.

$P(B\mid A)=0,29$.

Ý a)

Mệnh đề: $P(\overline{A})=0,32$.

Ta có: $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,68=0,32$.

Vậy ý a) **đúng**.

Ý b)

Mệnh đề:

$P(B\mid A)=0,29$.

Đề bài cho trực tiếp: trong nhóm người dùng tham gia từ hai khóa trở lên, có 29% người tham gia khóa tiếng Anh.

Do đó: $P(B\mid A)=0,29$.

Vậy ý b) **đúng**.

Ý c)

Mệnh đề: $P(AB)>0,2$.

Ta có:

$P(AB)=P(A)\cdot P(B\mid A)$.

$P(AB)=0,68\cdot 0,29=0,1972$.

Vì: $0,1972<0,2$, nên mệnh đề $P(AB)>0,2$ là sai.

Vậy ý c) **sai**.

Ý d)

Mệnh đề: Xác suất một người chỉ tham gia đúng một khóa học và không tham gia khóa tiếng Anh lớn hơn $0,15$.

Người chỉ tham gia đúng một khóa học tức là thuộc biến cố $\overline{A}$.

Không tham gia khóa tiếng Anh tức là thuộc biến cố $\overline{B}$.

Cần tính: $P(\overline{A},\overline{B})$.

Ta có: $P(\overline{A})=0,32$.

Lại có: $P(\overline{A}B)=P(B)-P(AB)$.

$P(\overline{A}B)=0,37-0,1972=0,1728$.

Suy ra: $P(\overline{A},\overline{B})=P(\overline{A})-P(\overline{A}B)$.

$P(\overline{A},\overline{B})=0,32-0,1728=0,1472$.

Vì: $0,1472<0,15$, nên mệnh đề "lớn hơn $0,15$" là sai.

Vậy ý d) **sai**.

Kết luận Câu 1: a) Đ, b) Đ, c) S, d) S.

Câu 2. [Đề thi thử trường MARIE CURIE 2026] Một máy ép thủy lực có hai động cơ A và B hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ A chạy tốt là 0,8. Xác suất để động cơ B chạy tốt là 0,75. Biết rằng máy chỉ hoạt động được nếu có ít nhất một động cơ chạy tốt. Tìm xác suất để máy ép thủy lực hoạt động.

Giải

Gọi:

A : động cơ A chạy tốt,

B : động cơ B chạy tốt.

Theo đề:

$P(A)=0,8$,

$P(B)=0,75$.

Hai động cơ hoạt động độc lập.

Máy hoạt động nếu có ít nhất một động cơ chạy tốt.

Vậy xác suất máy không hoạt động là xác suất cả hai động cơ đều hỏng:

$P(\overline{A},\overline{B})=P(\overline{A})P(\overline{B})$.

Ta có:

$P(\overline{A})=1-0,8=0,2$,

$P(\overline{B})=1-0,75=0,25$.

Suy ra:

$P(\overline{A},\overline{B})=0,2\cdot 0,25=0,05$.

Vậy xác suất máy hoạt động là:

$1-0,05=0,95$.

Đáp án: 0,95.

Câu 3. [Đề Thi Thử trường THPT Kim Liên 2026 lần 3] Một lô hàng điện tử gồm 2000 linh kiện, trong đó có 100 linh kiện bị lỗi phần cứng. Để tiết kiệm thời gian, nhà máy sử dụng một Robot kiểm định để phân loại sản phẩm. Robot này có đặc tính kỹ thuật như sau:

• Nếu linh kiện bị lỗi, Robot sẽ phát hiện và báo "lỗi" với xác suất $0,98$.

• Nếu linh kiện không bị lỗi, Robot sẽ phát hiện và báo "không lỗi" với xác suất $0,95$.

Chọn ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng.

a) Xác suất để linh kiện được chọn là linh kiện không bị lỗi bằng $0,9$.

b) Xác suất để Robot báo linh kiện được chọn là "lỗi" bằng $0,0965$.

c) Nếu biết linh kiện được chọn bị lỗi, xác suất để Robot báo linh kiện đó "không lỗi" là $0,2$.

d) Trong số những linh kiện bị Robot báo là "lỗi", xác suất để linh kiện đó thực chất là linh kiện không bị lỗi sẽ thấp hơn xác suất nó bị lỗi thực sự.

Giải

Lô hàng có 2000 linh kiện, trong đó có 100 linh kiện lỗi phần cứng.

Gọi:

- L : linh kiện bị lỗi.
- $\overline{L}$: linh kiện không bị lỗi.
- B : Robot báo "lỗi".

Ta có:

$P(L)=\dfrac{100}{2000}=0,05$

$P(\overline{L})=0,95$

$P(B\mid L)=0,98$

$P(B\mid \overline{L})=1-0,95=0,05$

a) Sai

Xác suất để linh kiện được chọn không bị lỗi là: $P(\overline{L})=\dfrac{1900}{2000}=0,95$

Không phải $0,9$.

Mệnh đề **sai**.

b) Đúng

Theo công thức xác suất toàn phần:

$P(B)=P(L)P(B\mid L)+P(\overline{L})P(B\mid \overline{L})$

$P(B)=0,05\cdot 0,98+0,95\cdot 0,05$

$P(B)=0,049+0,0475=0,0965$

Mệnh đề **đúng**.

c) Sai

Nếu biết linh kiện được chọn bị lỗi, xác suất để Robot báo "không lỗi" là:

$1-0,98=0,02$

Không phải $0,2$.

Mệnh đề **sai**.

d) Đúng

Ta cần so sánh trong số các linh kiện bị Robot báo "lỗi":

Xác suất linh kiện thực sự bị lỗi là:

$$P(L\mid B)=\frac{P(L)P(B\mid L)}{P(B)}=\frac{0,049}{0,0965}$$

Xác suất linh kiện thực chất không bị lỗi là:

$$P(\overline{L}\mid B)=\frac{P(\overline{L})P(B\mid \overline{L})}{P(B)}=\frac{0,0475}{0,0965}$$

Vì: $0,0475<0,049$

nên: $P(\overline{L}\mid B)<P(L\mid B)$

Vậy trong số những linh kiện bị Robot báo "lỗi", xác suất để linh kiện đó thực chất không bị lỗi thấp hơn xác suất nó bị lỗi thực sự.

Mệnh đề **đúng**.

Kết luận Câu 4: S - Đ - S - Đ.

Câu 4. [Đề Thi Thử trường THPT Kim Liên 2026 lần 3] Một ứng viên tham gia quy trình tuyển dụng gồm ba vòng phỏng vấn liên tiếp. Quy định của quy trình là ứng viên chỉ được đi tiếp vào vòng sau nếu vượt qua vòng trước đó và sẽ bị loại ngay lập tức nếu không đạt ở bất kỳ vòng nào. Giả sử xác suất để ứng viên này vượt qua các vòng như sau:

Xác suất vượt qua vòng 1 là $0,7$.

Nếu đã vượt qua vòng 1, xác suất để vượt qua vòng 2 là $0,6$.

Nếu đã vượt qua cả vòng 1 và vòng 2, xác suất vượt qua vòng 3 là $0,5$.

Biết rằng ứng viên này cuối cùng đã không trúng tuyển (bị loại). Tính xác suất để ứng viên đó bị loại ở vòng 2 hoặc vòng 3 (tức là đã vượt qua được ít nhất vòng 1), (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

GIẢI

Gọi:

- A_1: ứng viên vượt qua vòng 1.
- A_2: ứng viên vượt qua vòng 2.
- A_3: ứng viên vượt qua vòng 3.

Ta có:

$P(A_1)=0,7$

$P(A_2\mid A_1)=0,6$

$P(A_3\mid A_1A_2)=0,5$

Xác suất ứng viên bị loại ở vòng 1 là:

$P_1=1-0,7=0,3$

Xác suất ứng viên bị loại ở vòng 2 là:

$P_2=0,7(1-0,6)=0,7\cdot 0,4=0,28$

Xác suất ứng viên bị loại ở vòng 3 là:

$P_3=0,7\cdot 0,6(1-0,5)=0,21$

Xác suất ứng viên trúng tuyển là:

$P=0,7\cdot 0,6\cdot 0,5=0,21$

Do đó xác suất ứng viên cuối cùng không trúng tuyển là:

$1-0,21=0,79$

Cần tính xác suất ứng viên bị loại ở vòng 2 hoặc vòng 3, biết rằng ứng viên không trúng tuyển.

Xác suất bị loại ở vòng 2 hoặc vòng 3 là: $0,28+0,21=0,49$

Vậy xác suất cần tìm là: $\dfrac{0,49}{0,79}\approx 0,62025$

Làm tròn đến hàng phần trăm: $0,62$

Đáp án: 0,62.

Câu 5. [Đề thi thử Toán 2026 sở GD Nghệ An lần 3] Một cửa hàng có 200 hạt giống hoa hướng dương và 300 hạt giống hoa cúc. Tỉ lệ nảy mầm của hạt giống hoa hướng dương là 90%, của hạt giống hoa cúc là 80%. Một chuyên gia nông nghiệp chọn ngẫu nhiên một hạt giống. Chuyên gia sử dụng máy quét tia X để dự đoán khả năng nảy mầm của hạt giống. Nếu hạt giống có khả năng nảy mầm, máy quét báo "Đạt" với xác suất 90%. Nếu hạt giống không có khả năng này nảy mầm, máy quét báo "Đạt" với xác suất 10%.

a) Xác suất chuyên gia chọn được hạt giống hoa cúc là $0,6$.

b) Biết rằng chuyên gia đã chọn được hạt giống hoa cúc, xác suất để hạt giống đó không nảy mầm là $0,1$.

c) Xác suất chuyên gia chọn được hạt nảy mầm là $0,84$.

d) Một hạt giống sau khi quét kiểm tra, máy đã báo "Đạt". Xác suất để hạt giống đó thực sự không nảy mầm nhỏ hơn $0,02$.

Giải

Có 200 hạt giống hoa hướng dương và 300 hạt giống hoa cúc.

Tổng số hạt giống là: $200+300=500$.

Gọi:

- H: chọn được hạt giống hoa hướng dương;
- C: chọn được hạt giống hoa cúc;
- N: hạt giống nảy mầm;
- D: máy báo "Đạt".

Ta có: $P(H)=\dfrac{200}{500}=0,4$, $P(C)=\dfrac{300}{500}=0,6$.

Tỉ lệ nảy mầm: $P(N|\ H)=0,9$, $P(N|\ C)=0,8$.

Máy quét: $P(D|\ N)=0,9$, $P(D|\ \overline{N})=0,1$.

a) Xác suất chuyên gia chọn được hạt giống hoa cúc là $0,6$.

Ta có: $P(C)=\dfrac{300}{500}=0,6$.

a) Đúng.

b) Biết rằng chuyên gia đã chọn được hạt giống hoa cúc, xác suất để hạt giống đó không nảy mầm là $0,1$.

Với hạt giống hoa cúc, tỉ lệ nảy mầm là 80%.

Do đó xác suất không nảy mầm là: $1-0,8=0,2$.

Không phải $0,1$.

b) Sai.

c) Xác suất chuyên gia chọn được hạt nảy mầm là $0,84$.

Ta có: $P(N)=P(H)P(N|\ H)+P(C)P(N|\ C)$.

Suy ra: $P(N)=0,4\cdot 0,9+0,6\cdot 0,8=0,36+0,48=0,84$.

c) Đúng.

d) Một hạt giống sau khi quét kiểm tra, máy đã báo "Đạt". Xác suất để hạt giống đó thực sự không nảy mầm nhỏ hơn $0,02$.

Ta có: $P(\overline{N})=1-0,84=0,16$.

Xác suất máy báo "Đạt" là:

$P(D)=P(D|\ N)P(N)+P(D|\ \overline{N})P(\overline{N})$.

$P(D)=0,9\cdot 0,84+0,1\cdot 0,16=0,756+0,016=0,772$.

Theo công thức xác suất có điều kiện:

$P(\overline{N}|\ D)=\dfrac{P(D|\ \overline{N})P(\overline{N})}{P(D)}=\dfrac{0,1\cdot 0,16}{0,772}=\dfrac{0,016}{0,772}\approx 0,0207$.

Vì $0,0207>0,02$ nên mệnh đề đã cho sai.

d) Sai.

Câu 6. [Mã đề 101 chính thức 2025 của BGD&ĐT] Một phần mềm nhận dạng tin nhắn quảng cáo trên điện thoại bằng cách dựa theo từ khóa để đánh dấu một số tin nhắn được gửi đến. Qua một thời gian dài sử dụng, người ta thấy rằng trong số tất cả các tin nhắn gửi đến, có 15% số tin nhắn bị đánh dấu. Trong số các tin nhắn bị đánh dấu, có 10% số tin nhắn không phải là quảng cáo. Trong số các tin nhắn không bị đánh dấu, có 5% số tin nhắn là quảng cáo. Chọn ngẫu nhiên một tin nhắn được gửi đến điện thoại. Khi đó:

Mệnh đề Đúng Sai

(a) Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu bằng 0,85

(b) Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo, biết rằng nó không bị đánh dấu, bằng 0,95

(c) Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo bằng 0,85

(d) Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu, biết rằng nó không phải là quảng cáo, lớn hơn 0,95

Lời giải

Gọi A : "Tin nhắn bị đánh dấu"; và B : "Tin nhắn là quảng cáo".

Theo đề cho: $P(A)=0,15$; $P(\overline{B}|\ A)=0,1$; $P(B|\ \overline{A})=0,05$.

Chọn ngẫu nhiên một tin nhắn được gửi đến điện thoại.

(a) Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu bằng $0,85$.

Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu là: $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,15=0,85$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo, biết rằng nó không bị đánh dấu, bằng $0,95$.

Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo, biết rằng nó không bị đánh dấu là:

$P(\overline{B}|\ \overline{A})=1-P(B|\ \overline{A})=1-0,05=0,95$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo bằng $0,85$.

Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo là:

$P(\overline{B})=P(A)\cdot P(\overline{B}|\ A)+P(\overline{A})\cdot P(\overline{B}|\ \overline{A})=0,15\cdot 0,1+0,85\cdot 0,95=0,8225$.

» **Chọn SAI.**

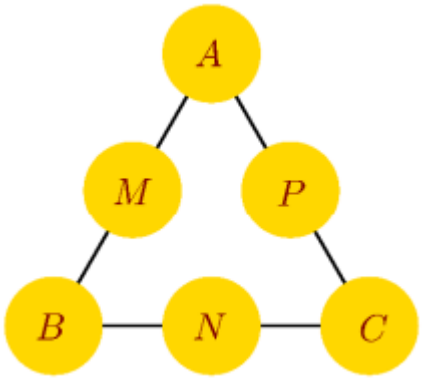
(d) Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu, biết rằng nó không phải là quảng cáo, lớn hơn $0,95$.

Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu, biết rằng nó không phải là quảng cáo là:

$P(\overline{A}|\ \overline{B})=\dfrac{P(\overline{A})P(\overline{B}|\ \overline{A})}{P(\overline{B})}=\dfrac{0,85\cdot 0,95}{0,8225}=\dfrac{323}{329}\approx 0,98>0,95$.

» **Chọn ĐÚNG.**

Câu 7. [Mã đề 101 chính thức 2025 của BGD&ĐT] Bạn Nam tham gia cuộc thi giải một mật thư. Theo quy tắc của cuộc thi, người chơi cần chọn ra sáu số từ tập hợp S = {11;12;13;14;15;16;17;18;19} và xếp mỗi số vào đúng một vị trí trong sáu vị trí A B C M N P , , , , , như hình bên dưới.



Mật thư sẽ được giải nếu các bộ ba số xuất hiện ở những bộ ba vị trí (A,M,B); (B,N,C); (C,P,A) tạo thành các cấp số cộng theo thứ tự đó. Bạn Nam chọn ngẫu nhiên sáu số trong tập S và xếp ngẫu nhiên vào các vị trí yêu cầu. Gọi xác suất để bạn Nam giải được mật thư ở lần chọn và xếp đó là a. Giá trị của $\frac{1}{a}$ bằng bao nhiêu?

Lời Giải

Bộ ba số xuất hiện ở những bộ ba vị trí (A,M,B); (B,N,C); (C,P,A) tạo thành các cấp số cộng theo thứ tự đó thì $\begin{cases}2M=A+B\\2N=B+C\\2P=A+C\end{cases}$ Khi đó: A, B, C phải cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

Các trường hợp không hợp lệ: Nếu A,B,C là một cấp số cộng (giả sử $A=x$, $B=x+d$, $C=x+2d$) thì d phải là số chẵn để \$A, B, C\$ cùng tính chẵn lẻ. Khi đó $M=x+\frac{d}{2}$, $N=x+\frac{3d}{2}$, $P=x+d$. Giá trị $P=x+d$ trùng với $B=x+d$. Vì 6 số được xếp phải đôi một khác nhau nên mọi bộ A,B,C là cấp số cộng sẽ không hợp lệ.

Số cách chọn 6 số từ 9 số và xếp là: $n(\Omega)=A_9^6=60480$.

Trường hợp 1: A, B, C đều chẵn.

Số cách chọn 3 số chẵn: $C_4^3=4$.

Các bộ 3 số chẵn là cấp số cộng: $12;14;16$ và $14;16;18$, hai bộ này không hợp lệ.

Số bộ 3 số chẵn hợp lệ: $4-2=2$.

Số trường hợp thuận lợi khi A, B, C đều chẵn: $2\cdot 3!=12$.

Trường hợp 2: A, B, C đều lẻ.

Số cách chọn 3 số lẻ: $C_5^3=10$.

Các bộ 3 số lẻ là cấp số cộng có: $11;13;15$, $13;15;17$, $15;17;19$, $11;15;19$, bốn bộ này không hợp lệ.

Số bộ 3 số lẻ hợp lệ: $10-4=6$.

Số trường hợp thuận lợi khi \$A, B, C\$ đều lẻ: $6\cdot 3!=36$.

Cả hai trường hợp có số kết quả thuận lợi là: $n(A)=12+36=48$.

Xác suất cần tìm: $a=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{48}{60840}=\frac{1}{1260}\Rightarrow\frac{1}{a}=\frac{1}{\frac{1}{1260}}=1260$.

Câu 8. [Chuyên Phan Bội Châu Hà Tĩnh] Trong cuộc gặp mặt dặn dò trước khi lên đường tham gia kì thi học sinh giỏi, có 10 bạn trong đội tuyển gồm 2 bạn đến từ lớp 12A, 3 bạn đến từ lớp 12B, 5 bạn còn lại đến từ 5 lớp khác (mỗi lớp 1 bạn). Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kể trên vào một bàn dài có 10 ghế mà mỗi bên có 5 ghế đối diện nhau. Tính xác suất để không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: $0,6$

Ta có không gian mẫu là $n(\Omega)=10!$

Gọi A là biến cố " Không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau";

$\overline{A}$ là biến cố " có ít nhất 2 học sinh cùng lớp ngồi đối diện nhau".

A_1 là biến cố " học sinh lớp 12A ngồi đối diện nhau"

A_2 là biến cố " học sinh lớp 12B ngồi đối diện nhau"

Khi đó $n(A)=n(A_1)+n(A_2)-n(A_1\cap A_2)$.

Đếm $n(A_1)$: Trước hết cặp ghế cho 2 học sinh 12A ngồi có 5 cách, đổi chỗ 2 bạn này có $2!$ cách xếp; xếp 8 học sinh còn lại có $8!$ cách. Do đó $n(A_1)=5.2!8!$

Đếm $n(A_2)$: Chọn cặp ghế chứa 2 học sinh lớp 12B có 5 cách, chọn 2 học sinh lớp 12B xếp vào cặp ghế này có A_3^2 cách; xếp 8 học sinh còn lại có $8!$ cách. Do đó $n(A_2)=5.A_3^2.8!$.

Đếm $n(A_1\cap A_2)$: Chọn 2 cặp ghế trong 5 cặp ghế có C_5^2 cách; trong 2 cặp này chọn 1 cặp cho 2 học sinh lớp 12A có 2 cách, đổi chỗ 2 học sinh này có $2!$ cách; chọn 2 học sinh lớp 12B xếp vào cặp ghế còn lại có A_3^2 cách; xếp 6 học sinh còn lại có $6!$ cách. Do đó $n(A_1\cap A_2)=C_5^2.2.2!.A_3^2.6!$.

Từ đó $P(\overline{A})=\dfrac{25}{63}\Rightarrow P(A)=\dfrac{38}{63}\approx 0,6$.

Câu 9. [Chuyên Lê Khiết Quảng Ngãi] Bạn Hoàng Huy chọn ngẫu nhiên một bóng đèn led trên quầy. Trên quầy có hai loại đèn màu trắng và màu vàng có hình thức và kích thước như nhau. Trong đó màu trắng chiếm 60%. Bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 3%, bóng đèn màu vàng có tỉ lệ hỏng là 2%. Xác suất để bạn chọn được

a) Một bóng đèn màu vàng là $0,6$.

b) Một bóng đèn không hỏng, biết nó màu trắng là $0,97$.

c) Một bóng đèn không hỏng, biết nó màu vàng là $0,98$.

d) Một bóng đèn không hỏng là $0,974$.

Lời giải

Gọi biến cố A: "Chọn được bóng đèn màu trắng", biến cố B: "Chọn được bóng đèn hỏng".

Ta có: $P(A)=0,6$ suy ra $P(\overline{A})=0,4$ và $P(B\mid A)=0,03$, $P(B\mid \overline{A})=0,02$.

a) Sai.

Xác suất để bạn chọn được một bóng đèn màu vàng là $P(\overline{A})=0,4$.

b) Đúng.

Xác suất để bạn chọn được một bóng đèn không hỏng, biết nó màu trắng là

$P(\overline{B}\mid A)=1-P(B\mid A)=0,97$.

c) Đúng.

Xác suất để bạn chọn được một bóng đèn không hỏng, biết nó màu vàng là

$P(\overline{B}\mid \overline{A})=1-P(B\mid \overline{A})=0,98$.

d) Đúng.

Xác suất để bạn chọn được một bóng đèn không hỏng là

$P(\overline{B})=P(\overline{B}\mid A).P(A)+P(\overline{B}\mid \overline{A}).P(\overline{A})=0,97.0,6+0,98.0,4=0,974$.

Câu 10. [Liên Trường NQA-GVC-Ninh Bình] Một kho hàng có 480 thùng hàng loại I và 520 thùng hàng loại II, tất cả với bề ngoài giống hệt nhau. Trong số các thùng hàng đó, có 80% thùng hàng loại I và 85% thùng hàng loại II đã được kiểm định. Chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho.

a) Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định, xác suất thùng hàng đó là thùng loại I thấp hơn xác suất thùng hàng đó là thùng hàng loại II.

b) Xác suất chọn được thùng hàng loại I bằng 48%.

c) Xác suất chọn được thùng hàng loại II và đã được kiểm định bằng $38,4\%$.

d) Xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định bằng $17,4\%$

Lời giải

Gọi biến cố A: "Thùng hàng chọn được là loại I". Suy ra $\overline{A}$: "Thùng hàng chọn được là loại II".

Biến cố B: "Thùng hàng chọn đã được kiểm định". Suy ra $\overline{B}$: "Thùng hàng chọn chưa được kiểm định".

Ta có bảng sau:

	Loại I (A)	Loại II $(\overline{A})$	Tổng
Đã kiểm định (B)	384	442	826
Chưa kiểm định $(\overline{B})$	96	78	174
Tổng	480	520	1000

a) **Sai.**

Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định, xác suất thùng hàng đó là thùng loại I là:

$$P\left(A\,|\,\overline{B}\right)=\frac{n\left(A\overline{B}\right)}{n\left(\overline{B}\right)}=\frac{96}{174}\approx 55,2\%.$$

Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định, xác suất thùng hàng đó là thùng loại II là:

$$P\left(\overline{A}\,|\,\overline{B}\right)=\frac{n\left(\overline{A}\overline{B}\right)}{n\left(\overline{B}\right)}=\frac{78}{174}\approx 44,8\%.$$

Nhận xét: $P\left(A\,|\,\overline{B}\right)>P\left(\overline{A}\,|\,\overline{B}\right)$.

b) **Đúng.**

Xác suất chọn được thùng hàng loại I là: $P(A)=\frac{480}{480+520}=48\%$.

c) **Sai.**

Xác suất chọn được thùng hàng loại II và đã được kiểm định là:

$$P\left(\overline{A}B\right)=\frac{n\left(\overline{A}B\right)}{n(\Omega)}=\frac{442}{1000}=44,2\%.$$

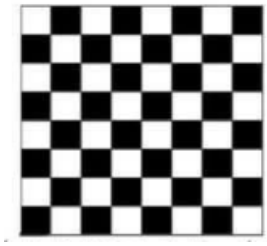
d) **Đúng.**

Xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định là:

Cách 1: $P\left(\overline{B}\right)=\frac{n\left(\overline{B}\right)}{n(\Omega)}=\frac{174}{1000}=17,4\%$.

Cách 2: $P\left(\overline{B}\right)=P(A).P\left(\overline{B}\,|\,A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\,|\,\overline{A}\right)=0,48.0,2+0,52.0,15=17,4\%$.

Câu 11. [Liên Trường NQA-GVC-Ninh Bình] Một bàn cờ vua gồm $8\,x\,8$ ô vuông, mỗi ô vuông có cạnh bằng 1 đơn vị. Một ô vừa là hình vuông hay hình chữ nhật, hai ô hình chữ nhật,...Chọn ngẫu nhiên một hình chữ nhật trên bàn cờ. Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị là $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a,b\in\mathbb{Z}$. Khi đó $T=3a+b$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Đáp số: 231.

Ta thấy một bàn cờ vua gồm $8\text{x}8$ ô vuông gồm có 9 đoạn thẳng nằm dọc và 9 đoạn thẳng nằm ngang. Một hình chữ nhật được tạo bởi 2 đoạn thẳng nằm dọc và 2 đoạn thẳng nằm ngang. Vậy số hình chữ nhật là $C_9^2.C_9^2=1296$.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=1296$.

Gọi A là biến cố: " Hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị" .

Trường hợp 1: $a=5$, suy ra mỗi hình vuông tạo thành từ 2 đoạn thẳng nằm dọc cách nhau 5 đơn vị và 2 đoạn thẳng nằm ngang cách nhau 5 đơn vị, có: $4.4=16$ (hình vuông).

Trường hợp 2: $a=6$, suy ra mỗi hình vuông tạo thành từ 2 đoạn thẳng nằm dọc cách nhau 6 đơn vị và 2 đoạn thẳng nằm ngang cách nhau 6 đơn vị, có: $3.3=9$ (hình vuông).

Trường hợp 3: $a=7$, suy ra mỗi hình vuông tạo thành từ 2 đoạn thẳng nằm dọc cách nhau 7 đơn vị và 2 đoạn thẳng nằm ngang cách nhau 7 đơn vị, có: $2.2=4$ (hình vuông).

Trường hợp 3: $a=8$, suy ra mỗi hình vuông tạo thành từ 2 đoạn thẳng nằm dọc cách nhau 8 đơn vị và 2 đoạn thẳng nằm ngang cách nhau 8 đơn vị, có: $1.1=1$ (hình vuông).

Suy ra $n(A)=16+9+4+1=30$.

Xác suất của biến cố A là $P(A)=\dfrac{30}{1296}=\dfrac{5}{216}=\dfrac{a}{b}$. Suy ra: $a=5,b=216$.

Vậy $T=3a+b=3.5+216=231$.

Câu 12. [Sở GD&ĐT Thái Bình] Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu dự án 1 là $0,5$ và dự án 2 là $0,6$. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là $0,4$. Gọi A,B lần lượt là các biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là $0,8$.

b) A và B là hai biến cố độc lập.

c) Biết công ty thắng thầu dư án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là $0,4$.

d) Xác suất để công ty thắng thầu đúng một dự án là $0,3$.

Lời giải

a) Sai. Ta có $P\left(B|\overline{A}\right)=\dfrac{P\left(B\overline{A}\right)}{p\left(\overline{A}\right)}=\dfrac{P(B)-P(BA)}{P\left(\overline{A}\right)}=\dfrac{0,6-0,4}{0,5}=0,4$

b) Sai. $P(AB)=0,4\neq 0,5.0,6=P(A).P(B)$ nên A và B là hai biến cố không độc lập.

c) Sai. Ta có $P\left(B|A\right)=\dfrac{P(BA)}{p(A)}=\dfrac{0,4}{0,5}=0,8$.

d) Đúng. Xác suất để công ty thắng thầu đúng một dự án là

$P\left(A\overline{B}\right)+P\left(B\overline{A}\right)=P(A)-P(AB)+P(B)-P(AB)=0,5-0,4+0,6-0,4=0,3$.

Câu 13. [Sở GD&ĐT Thái Bình 2025] Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp thứ nhất và bỏ vào hộp thứ hai, rồi từ hộp thứ hai lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi. Biết 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu. Tính xác suất để 3 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có cùng màu.

Lời giải:

Đáp số: 0,45

Gọi A là biến cố 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu

Gọi B là biến cố 3 viên bi lấy ra ở hộp thứ nhất có cùng màu.

Ta có

$P(B)=\dfrac{C_5^3}{C_6^3}=\dfrac{1}{2}$, $P\left(\overline{B}\right)=\dfrac{1}{2}$ (vì hộp thứ nhất chỉ có 5 bi xanh và 1 bi đỏ).

Xác suất để 2 viên bi được chọn từ hộp thứ hai có cùng màu, biết 3 viên bi lấy ra ở hộp thứ nhất có cùng màu

là

$P(A|B)=\dfrac{C_3^2+C_4^2}{C_7^2}=\dfrac{3}{7}$ (vì sau khi lấy 3 viên bi màu xanh từ hộp thứ nhất sang thì hộp thứ hai có 3 bi xanh và 4 bi đỏ).

Xác suất để 2 viên bi được chọn từ hộp thứ hai có cùng màu, biết 3 viên bi lấy ra ở hộp thứ nhất khác màu là

$P(A|\overline{B})=\dfrac{C_2^2+C_5^2}{C_7^2}=\dfrac{11}{21}$ (vì sau khi lấy 2 viên bi màu xanh và 1 viên bi đỏ từ hộp thứ nhất sang thì hộp thứ hai có 2 bi xanh và 5 bi đỏ).

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có $P(A)=P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})=\dfrac{1}{2}.\dfrac{3}{7}+\dfrac{1}{2}.\dfrac{11}{21}=\dfrac{10}{21}$.

Theo công thức Bayes, ta có: $P(B|A)=\dfrac{P(B).P(A|B)}{P(A)}=\dfrac{\frac{1}{2}.\frac{3}{7}}{\frac{10}{21}}=\dfrac{9}{20}=0,45$.

Câu 14. [THPT Bắc Đông Quan – Thái Bình 2025] Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi vàng, 3 viên bi xanh. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi vàng, 5 viên bị xanh và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lấy ra 2 viên bi bất kỳ từ hộp thứ hai.

a) Xác suất để lấy được 2 bi vàng từ hộp thứ hai là $\dfrac{5}{32}$.

b) Biết rằng lấy được bi màu xanh từ hộp thứ nhất. Xác suất để lấy được 2 viên bi khác màu từ hộp thứ hai là $\dfrac{9}{13}$.

c) Xác suất để lấy được bi xanh từ hộp thứ nhất là $\dfrac{3}{8}$.

d) Xác suất để lấy được bi vàng từ hộp thứ nhất là $\dfrac{5}{7}$.

Lời giải

a) **Sai**

Gọi A là biến cố: "Lấy được bi vàng từ hộp thứ nhất".

B là biến cố: "Lấy được hai bi vàng từ hộp thứ hai".

Xác suất để lấy được 2 bi vàng từ hộp thứ hai là:

$P(B)=P(A).P(B/A)+P(\overline{A}).P(B/\overline{A})=\dfrac{5}{8}.\dfrac{C_5^2}{C_{13}^2}+\dfrac{3}{8}.\dfrac{C_4^2}{C_{13}^2}=\dfrac{17}{156}$.

b) **Đúng**

Gọi C là biến cố: "Lấy được hai bi khác màu từ hộp thứ hai".

Biết rằng lấy được bi màu xanh từ hộp thứ nhất. Xác suất để lấy được 2 viên bi khác màu từ hộp thứ hai là:

$P(C/\overline{A})=\dfrac{4.6+4.3+6.3}{C_{13}^2}=\dfrac{9}{13}$

c) **Đúng**

Xác suất để lấy được bi xanh từ hộp thứ nhất là:

$P(\overline{A})=\dfrac{3}{8}$.

d) **Sai**

Xác suất để lấy được bi vàng từ hộp thứ nhất là:

$P(A)=\dfrac{5}{8}$.

Câu 15. [THPT Bắc Đông Quan – Thái Bình 2025] Dây chuyền lắp ráp nhận được các chi tiết máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp 60% chi tiết, máy thứ hai cung cấp 40% chi tiết. Khoảng 90% chi tiết do

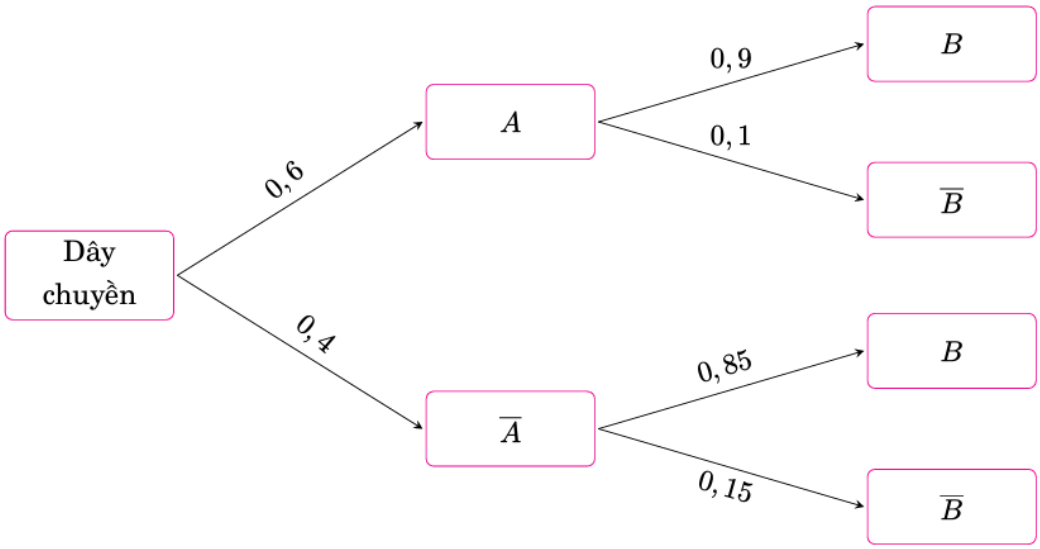
máy thứ nhất sản suất là đạt tiêu chuẩn, còn 85% chi tiết do máy thứ hai sản suất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ dây chuyền một sản phẩm, thấy nó đạt chuẩn. Tìm xác suất để sản phẩm đó do máy thứ nhất sản xuất (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Chọn được sản phẩm từ máy I".

Gọi B là biến cố: "Chọn được sản phẩm đạt chuẩn".

Lập sơ đồ hình cây:



Xác suất sản phẩm được chọn do máy thứ I sản xuất biết nó đạt chuẩn là:

$$P(A\,|\,B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0,6.0,9}{0,6.0,9+0,4.0,85}=\frac{27}{44}\approx 0,61$$

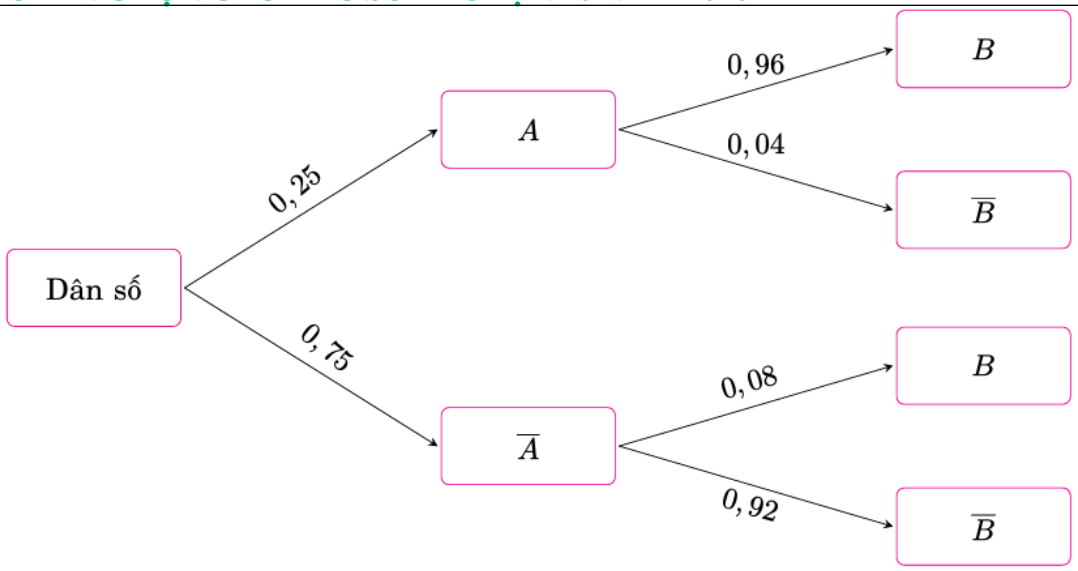
Câu 16. [THPT Bắc Đông Quan – Thái Bình 2025] Tỉ lệ bị bệnh cúm tại một địa phương bằng $0,25$. Khi thực hiện xét nghiệm chẩn đoán, nếu người có bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính là 96%, nếu người không bị bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính 8%. Chọn ngẫu nhiên 1 người tại địa phương đó. Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Người được chọn bị cúm".

Gọi B là biến cố: "Người được chọn bị dương tính".

Lập sơ đồ hình cây:



Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính:

$P(B)=0,25.0,96+0,75.0,08=0,3$.

Câu 17. [Sở GD&ĐT Bình Thuận 2025] Một nghiên cứu đã chỉ ra rằng tỉ lệ người bị lao phổi trong nhóm X những người mắc phải hội chứng suy giảm miễn dịch H là $15,2\%$. Kết quả nghiên cứu về một số triệu chứng lâm sàng như có ho trong vòng bốn tuần, hoặc có bị sốt trong vòng bốn tuần, hoặc ra mồ hôi ban đêm từ ba tuần trở lên của nhóm X cho thấy: trong số những người mắc bệnh lao phổi, có $93,2\%$ trường hợp có ít nhất một triệu chứng; trong số những người không mắc bệnh lao phổi có $35,8\%$ trường hợp không có triệu chứng nào.

a) Gặp ngẫu nhiên một bệnh nhân thuộc nhóm X, xác suất bệnh nhân bị lao phổi là $0,152$.

b) Gặp được bệnh nhân không mắc bệnh lao phổi, xác suất bệnh nhân đó có ít nhất một triệu chứng trên là $0,358$.

c) Có 70% bệnh nhân thuộc nhóm X có ít nhất một triệu chứng trên (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Trong số những bệnh nhân có ít nhất một triệu chứng trên, có 21% người mắc bệnh lao phổi (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a) Đúng.

Gặp ngẫu nhiên một bệnh nhân thuộc nhóm X. Gọi A là biến cố "Bệnh nhân bị lao phổi", B là biến cố "Bệnh nhân có ít nhất một triệu chứng".

Ta có $P(A)=0,152$.

b) Sai.

Gặp được bệnh nhân không mắc bệnh lao phổi, xác suất bệnh nhân đó có ít nhất một triệu chứng trên là

$$P(B\mid \overline{A})=1-0,358=0,642$$

c) Sai.

Xác suất bệnh nhân thuộc nhóm X có ít nhất một triệu chứng trên là:

$$P(B)=P(B\mid A).P(A)+P(B\mid \overline{A}).P(\overline{A})=0,152.0,932+(1-0,152).(1-0,358)=0,68608\approx 69\%$$

d) Đúng.

Trong số những bệnh nhân có ít nhất một triệu chứng trên, xác suất bệnh nhân mắc bệnh lao phổi là

$$P(A\mid B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{P(B\mid A).P(A)}{P(B)}=\frac{0,152.0,932}{0,68608}\approx 21\%.$$

Câu 18. [THPT Hương Hoá Quảng Trị 2025] Có hai hộp đựng các viên bi: Hộp I có 6 bi đỏ và 4 bi xanh, hộp II có 5 bi đỏ và 5 bi xanh (các viên bi có cùng kích thước và khối lượng). Bạn Minh lấy ngẫu nhiên một viên bi

từ hộp I, bạn Như lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp II. Biết rằng có viên bi đỏ được lấy ra, khi đó xác suất để bạn Như lấy được viên bi đỏ là $\frac{a}{b}$ ($a,b\in\mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ tối giản). Tính $a-b$.

Lời giải

Trả lời : -3

Gọi A là biến cố : bạn Như lấy được viên bi đỏ, B là biến cố : lấy được viên bi đỏ.

Lấy được viên bi đỏ có các trường hợp :

TH1 : Minh lấy được viên bi đỏ ở hộp I, Như không lấy được viên bi đỏ ở hộp II. Trường hợp này sẽ có 6.5 cách lấy.

TH2 : Minh không lấy được viên bi đỏ ở hộp I, Như lấy được viên bi đỏ ở hộp II. Trường hợp này sẽ có 4.5 cách lấy.

TH3 : Minh lấy được viên bi đỏ ở hộp I, Như lấy được viên bi đỏ ở hộp II. Trường hợp này sẽ có 6.5 cách lấy.

Cộng 3 trường hợp ta được số cách viên bi đỏ là $6.5+4.5+6.5$.

Số cách bạn Như lấy được viên bi đỏ là 10.5.

Vậy $P(A\,|\,B)=\dfrac{10.5}{6.5+4.5+6.5}=\dfrac{5}{8}$.

Chọn $a=5,b=8$. Khi đó $a-b=-3$.

Câu 19. [Cụm trường Thành Phố Hải Dương 2025] Trong một giờ ôn tập môn Toán,thầy giáo có chuẩn bị các phiếu học tập gồm hai chủ đề là Thống kê và Xác suất để giao cho 40 bạn học sinh của lớp $12T$. Sau khi hết giờ học,thầy giáo thu phiếu và nhận thấy rằng: Có 35 học sinh làm tốt chủ đề Thống kê, có 30 học sinh làm tốt chủ đề Xác suất, có 4 học sinh làm hai chủ đề đều không tốt. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Gọi các biến cố:

A :" Học sinh được chọn làm tốt chủ đề Thống kê"

B :"Học sinh được chọn làm tốt chủ đề Xác suất"

a) $P(A)=0,875$.

b) $P(B)=0,75$.

c) $P(A\cup B)=0,8125$.

d) $P(AB)=0,725$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Ta có $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{35}{40}=0,875$

b) Ta có $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{30}{40}=0,75$

c) $A\cup B$: "Học sinh được chọn làm tốt chủ đề xác suất hoặc chủ đề thống kê".

$n(A\cup B)=36\Rightarrow P(A\cup B)=\dfrac{36}{40}=0,9$

d) Ta có AB là biến cố "Học sinh làm tốt cả hai chủ đề Xác suất và Thống kê".

Theo công thức cộng xác suất $P(AB)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=0,875+0,75-0,9=0,725$

Câu 20. [THPT Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2025] Bạn An làm bài thi phần trắc nghiệm đúng sai gồm 4 câu hỏi mỗi câu 1 điểm, trong đó bạn làm chắc chắn đúng hai câu còn hai câu còn lại bạn chọn ngẫu nhiên đúng hoặc sai.

a) Xác suất để bạn An được 4 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\dfrac{1}{256}$.

b) Xác suất để bạn An được $3,5$ điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\dfrac{1}{32}$.

c) Xác suất để bạn An được 2 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{1}{32}$.

d) Xác suất để bạn An được 3 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{9}{128}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

Ta có $n(\Omega)=2^8$

a) Đúng.

A "An được 4 điểm phần trắc nghiệm đúng sai"

$\Rightarrow n(A)=1\Rightarrow P(A)=\frac{1}{2^8}=\frac{1}{256}$.

b) Đúng.

B "An được $3,5$ điểm phần trắc nghiệm đúng sai" $\Rightarrow$An làm đúng 7 ý

$\Rightarrow n(B)=C_8^7\Rightarrow P(B)=\frac{C_8^7}{2^8}=\frac{1}{32}$.

c) Sai.

C "An được 2 điểm phần trắc nghiệm đúng sai" $\Rightarrow$An làm sai cả 8 ý

$\Rightarrow n(C)=1\Rightarrow P(C)=\frac{1}{2^8}=\frac{1}{256}$.

d) Đúng

D "An được 3 điểm phần trắc nghiệm đúng sai"

$\Rightarrow$An chỉ làm đúng 1 trong 2 câu hoặc An làm 2 câu mỗi câu sai 1 ý.

$\Rightarrow n(D)=C_2^1+C_4^1.C_4^1=18\Rightarrow P(D)=\frac{18}{256}=\frac{9}{128}$.