

Công thức xác suất

1. Xác suất của biến cố.

Giả sử một phép thử có không gian mẫu Ω gồm hữu hạn các kết quả có cũng khả năng xảy ra và A là một biến cố.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

\bar{A} là biến cố đối của A .

$$P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - P(A) = 1 - \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

2. Xác suất có điều kiện.

Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B , kí hiệu $P(A|B)$

Nếu $P(B) > 0$ thì

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Nhận xét :

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

→ Công thức nhân xác suất

Cho hai biến cố A & B với $P(B) > 0$ thì $P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$

Cho A và B là hai biến cố với $0 < P(A) < 1$; $0 < P(B) < 1$ khi đó, A & B là hai biến cố độc lập thì và chỉ khi

$$P(A) = P(A|B) = P(A|\bar{B})$$

$$P(B) = P(B|A) = P(B|\bar{A})$$

3. Xác suất toàn phần. Công thức Bayes

a) xác suất toàn phần

Cho hai biến cố A, B với $0 < P(B) < 1$, ta có

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) \\ &= P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) \end{aligned}$$

b) Công thức Bayes

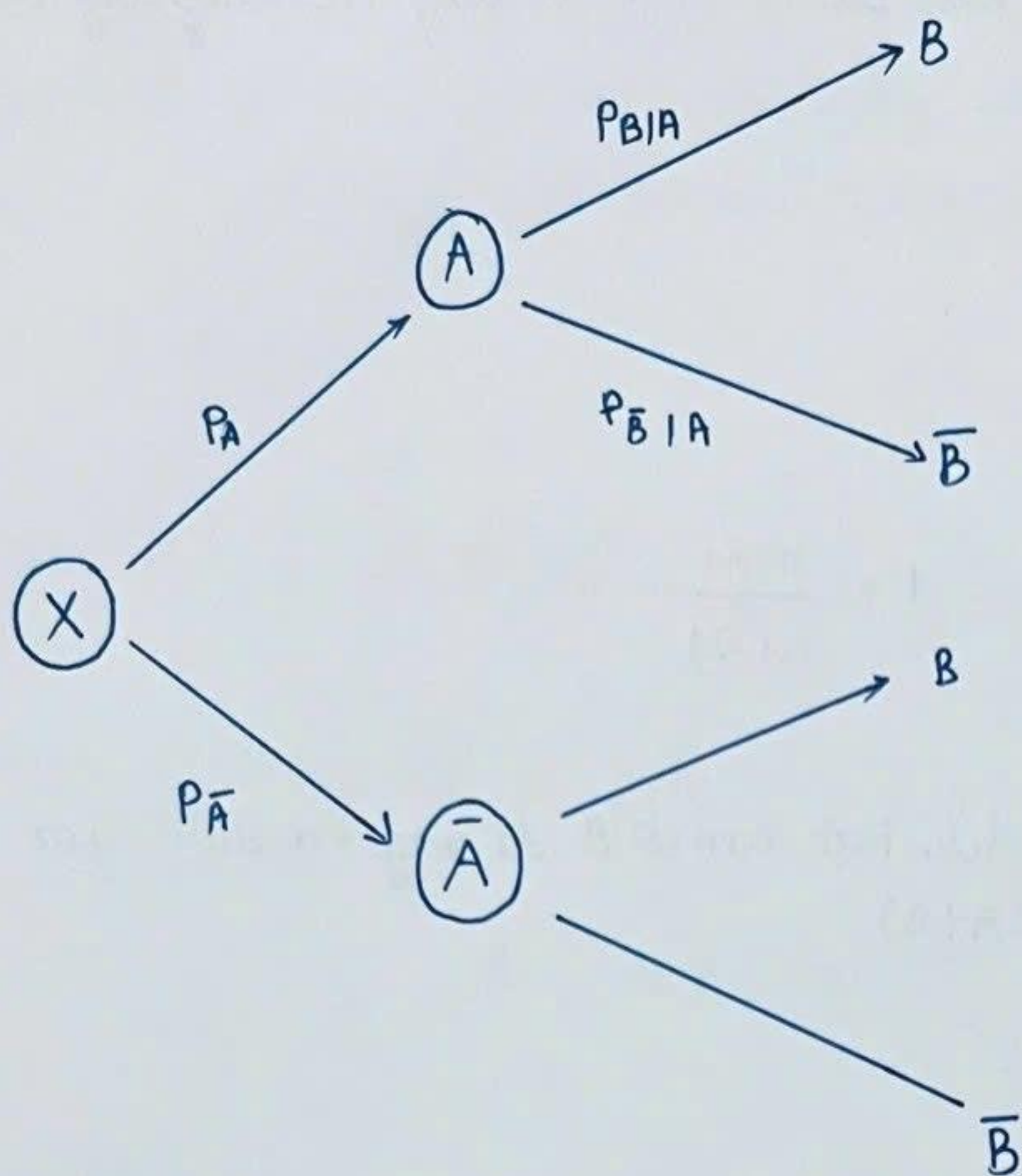
Với hai biến cố A, B mà $P(A) > 0$; $P(B) > 0$ ta có

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)}$$

$$= \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})}$$

4. Sử dụng sơ đồ cây

a) Xác suất có điều kiện



$$P_{A \cdot B} = P_A \cdot P_{B|A}$$

$$\rightarrow P_{(B|A)} = \frac{P_{A \cdot B}}{P_A}$$

$$\rightarrow P_{(\bar{B}|A)} = \frac{P_{(A \cdot \bar{B})}}{P_A}$$

$$P_{A \cdot \bar{B}} = P_A \cdot P_{\bar{B}|A}$$

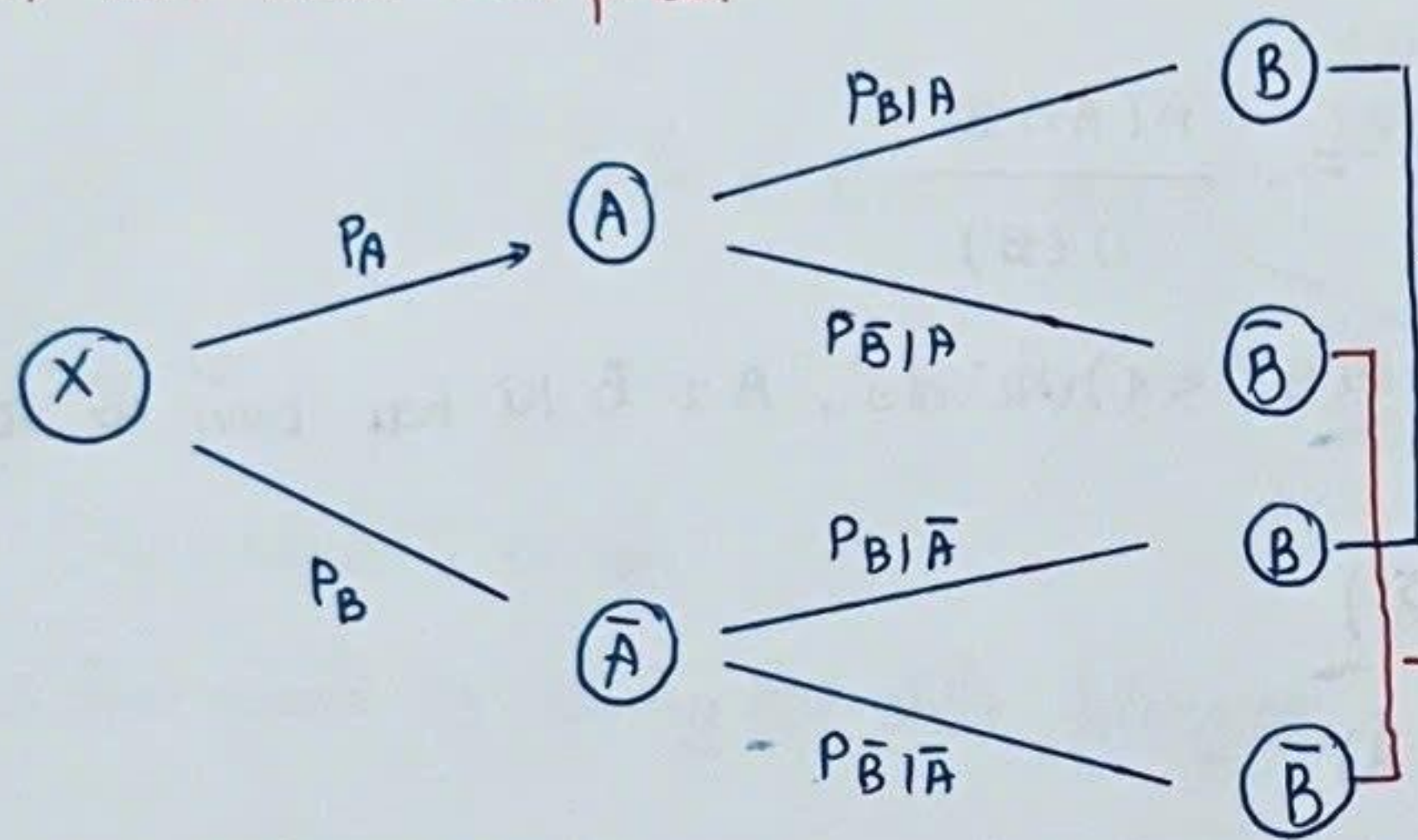
$$P_{\bar{A} \cdot B} = P_{\bar{A}} \cdot P_{B|\bar{A}}$$

$$\rightarrow P_{(B|\bar{A})} = \frac{P_{\bar{A} \cdot B}}{P_{\bar{A}}}$$

$$\rightarrow P_{(\bar{B}|\bar{A})} = \frac{P_{(\bar{A} \cdot \bar{B})}}{P_{\bar{A}}}$$

$$P_{(\bar{A} \cdot \bar{B})} = P_{\bar{A}} \cdot P_{\bar{B}|\bar{A}}$$

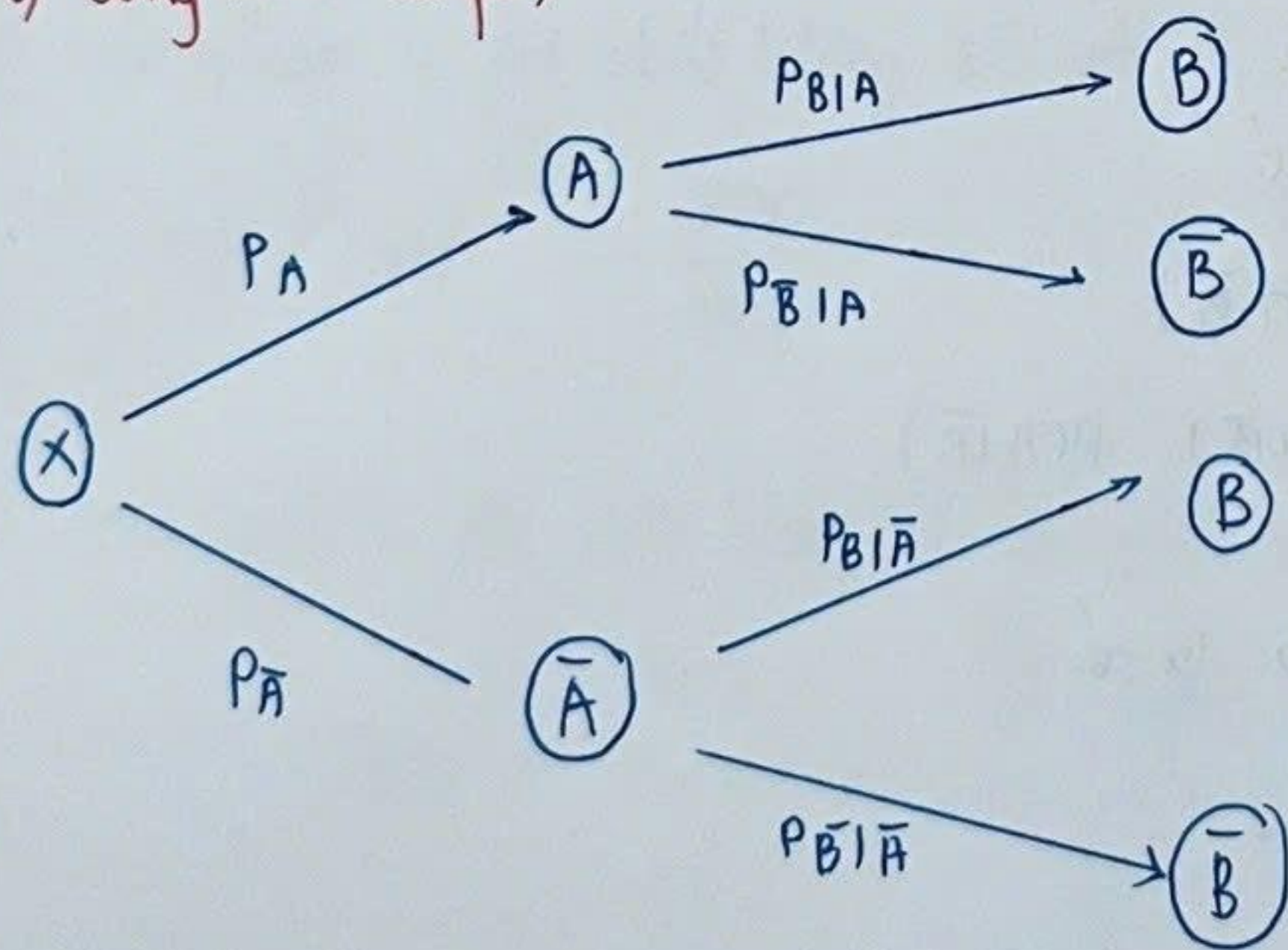
b) Xác suất toàn phần



$$P(B) = P_A \cdot P_{(B|A)} + P_{\bar{A}} \cdot P_{(B|\bar{A})}$$

$$P(\bar{B}) = P_A \cdot P_{(\bar{B}|A)} + P_{\bar{A}} \cdot P_{(\bar{B}|\bar{A})}$$

c) Công thức Bayes



$$P_{A \cdot B} = P_A \cdot P_{B|A}$$

$$P_{A \cdot \bar{B}} = P_A \cdot P_{\bar{B}|A}$$

$$P_{\bar{A} \cdot B} = P_{\bar{A}} \cdot P_{B|\bar{A}}$$

$$P_{\bar{A} \cdot \bar{B}} = P_{\bar{A}} \cdot P_{\bar{B}|\bar{A}}$$

$$\rightarrow P_{A|B} = \frac{P_{A \cdot B}}{P_B} = \frac{P_A \cdot P_{B|A}}{P_A \cdot P_{B|A} + P_{\bar{A}} \cdot P_{B|\bar{A}}}$$