



XÁC SUẤT TOÀN PHẦN

Lớp 12

Câu 1. [Sở GD&ĐT Hải Phòng] Một cửa hàng bán hai loại bóng đèn, trong đó có 65% bóng đèn là màu trắng và 35% bóng đèn là màu đỏ, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn từ cửa hàng đó. Xét các biến cố:

A : “Khách hàng chọn được bóng màu trắng”;

B : “Khách hàng chọn được bóng không hỏng”;

Khi đó:

a) $P(\bar{A}) = 0,65$.

b) $P(B|A) = 0,02$.

c) $P(B|\bar{A}) = 0,3$.

d) $P(B) = 0,9765$.

Lời giải

a) Sai

Ta có $P(A) = 0,65$ nên $P(\bar{A}) = 0,35$.

b) Sai

Vì các bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% nên $P(\bar{B}|A) = 0,02$, suy ra $P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - 0,02 = 0,98$.

c) Sai

Vì các bóng đèn màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3% nên $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,03$, suy ra $P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,03 = 0,97$.

d) **Đúng**

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,65.0,98 + 0,35.0,97 = 0,9765.$$

Câu 2. [THPT Khoa Học Giáo Dục Hà Nội lần 2] Cho hai biến cố A, B thỏa mãn

$P(\bar{B}) = 0,2; P(A|B) = 0,5; P(A|\bar{B}) = 0,3$. Khi đó, $P(A)$ bằng

A. 0,34. B. 0,31. C. 0,46. D. 0,15

Lời giải

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\bar{B}).P(\bar{B})$$

$$P(A) = 0,5.(1-0,2) + 0,3.0,2 = 0,46$$

Câu 3. [Chuyên ĐHKHTN HCM lần 2] Một nhà máy có hai phân xưởng I và II tương ứng làm ra 40% và 60% sản phẩm của nhà máy. Biết rằng tỉ lệ phế phẩm của hai phân xưởng I và II tương ứng là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy thì thấy nó là phế phẩm. Tính xác suất để sản phẩm đó thuộc phân xưởng I.

Lời giải

Đáp án: 0,25

Gọi A_1 : sản phẩm thuộc phân xưởng I,

A_2 : sản phẩm thuộc phân xưởng II,

B : sản phẩm được chọn là phế phẩm.

Từ giả thiết ta có

$$P(A_1) = 0,4; P(A_2) = 0,6; P(B|A_1) = 0,01; P(B|A_2) = 0,02.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(B|A_1)P(A_1) + P(B|A_2)P(A_2) = 0,016.$$

Xác suất phế phẩm được chọn thuộc phân xưởng I là

$$P(A_1|B) = \frac{P(B|A_1)P(A_1)}{P(B)} = 0,25.$$

Câu 4. [THPT Nguyễn Quốc Trinh – Hà Nội 2025] Khi điều tra sức khỏe nhiều người cao tuổi ở một địa phương, người ta thấy rằng có 40% người cao tuổi bị bệnh tiểu đường. Bên cạnh đó, số người bị bệnh huyết áp cao trong số những người bị bệnh tiểu đường là 70% , trong những người không bị bệnh tiểu đường là 25% . Chọn ngẫu nhiên một người cao tuổi để kiểm tra sức khỏe.

a) Xác suất chọn được người bị bệnh tiểu đường là 0,4.

b) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó bị bệnh tiểu đường là 0,7.

c) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó không bị bệnh tiểu đường là 0,75.

d) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao 0,8 .

Lời giải

Gọi A là biến cố “ Chọn được người cao tuổi bị tiểu đường”.

B là biến cố “ Chọn được người cao tuổi bị huyết áp cao”.

a) Khi đó $P(A) = 0,4$ nên a) đúng.

b) Theo giả thiết ta có $P(B|A) = 0,7$ nên b) đúng

c) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó không bị bệnh tiểu đường là $P(B|\bar{A}) = 0,25$ nên c) sai.

d) Ta có $P(A) = 0,4 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,6$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,4.0,7 + 0,6.0,25 = 0,43 \text{ nên d) sai.}$$

Câu 5. [THPT Nguyễn Gia Thiều – Hà Nội 2025] Cho hai biến cố M, N với $0 < P(N) < 1$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau đây

A. $P(M) = P(\bar{N}).P(M|N) + P(N).P(M|\bar{N})$.

B. $P(M) = P(N).P(M|N) - P(\bar{N}).P(M|\bar{N})$.

C. $P(M) = P(\bar{N}).P(M|\bar{N}) - P(N).P(M|N)$.

D. $P(M) = P(N).P(M|N) + P(\bar{N}).P(M|\bar{N})$

Lời giải

Chọn D

Ta có công thức xác suất toàn phần $P(M) = P(N).P(M|N) + P(\bar{N}).P(M|\bar{N})$.

Câu 6. [THPT Liên Sơn Vĩnh Phúc lần 1 năm 2025] Có 10 học sinh làm bài kiểm tra Xác suất – Thống kê, trong đó có 2 học sinh giỏi (trả lời được 100% các câu hỏi), 3 học sinh khá (trả lời được 80% các câu hỏi), 5 học sinh trung bình (trả lời được 50% các câu hỏi). Bài kiểm tra có 4 câu hỏi được lấy ngẫu nhiên từ 20 câu hỏi. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một bài làm của học sinh để chấm điểm. Xác suất bài làm đó trả lời được cả 4 câu hỏi là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải:

Gọi A là biến cố chọn được bài làm trả lời được cả 4 câu hỏi.

Gọi B_1, B_2, B_3 lần lượt là biến cố chọn được bài làm của học sinh giỏi, khá, trung bình.

Khi đó: $P(B_1) = \frac{2}{10}, P(B_2) = \frac{3}{10}, P(B_3) = \frac{5}{10}$.

Học sinh giỏi trả lời được 100% các câu hỏi, nghĩa là trả lời được 20 câu, suy ra $P(A|B_1) = \frac{C_{20}^4}{C_{20}^4}$.

Học sinh khá trả lời được 80% các câu hỏi, nghĩa là trả lời được 16 câu, suy ra $P(A|B_2) = \frac{C_{16}^4}{C_{20}^4}$.

Học sinh trung bình trả lời được 50% các câu hỏi, nghĩa là trả lời được 10 câu, suy ra $P(A|B_3) = \frac{C_{10}^4}{C_{20}^4}$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) + P(B_3).P(A|B_3) = \frac{2}{10} \cdot \frac{C_{20}^4}{C_{20}^4} + \frac{3}{10} \cdot \frac{C_{16}^4}{C_{20}^4} + \frac{5}{10} \cdot \frac{C_{10}^4}{C_{20}^4} = \frac{108}{323} \approx 0,33436.$$

Câu 7. [sở GD&ĐT Bắc Giang 2025] Có hai thùng I và II chứa các sản phẩm có khối lượng và hình dạng như nhau. Thùng I có 5 chính phẩm và 4 phế phẩm, thùng 2 có 6 chính phẩm và 8 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng I sang thùng II. Sau đó, lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng II để sử dụng. Xác suất lấy được chính phẩm từ thùng II là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải:

Đáp án: **0,44**

Xét các biến cố:

A : "Lấy được 1 chính phẩm từ thùng I sang thùng II";

B : "Lấy được 1 chính phẩm từ thùng II".

Khi đó, $P(A) = \frac{5}{9}$; $P(\bar{A}) = \frac{4}{9}$; $P(B|A) = \frac{7}{15}$; $P(B|\bar{A}) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất của biến cố B là:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{7}{15} + \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{5} \approx 0,44.$$

Câu 8. [THPT Bình Sơn - Vĩnh Phúc - Lần 1 năm 2025] Tất cả các học sinh của trường Hạnh Phúc đều tham gia câu lạc bộ bóng chuyền hoặc bóng rổ, mỗi học sinh chỉ tham gia đúng một câu lạc bộ. Có 60% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng chuyền và 40% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng rổ. Số học sinh nữ chiếm 65% trong câu lạc bộ bóng chuyền và 25% trong câu lạc bộ bóng rổ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất chọn được học sinh nữ là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 0,49

Xét các biến cố: A : "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ bóng chuyền";

B : "Chọn được học sinh nữ".

Theo giả thiết, ta có: $P(A) = 0,6$; $P(\bar{A}) = 0,4$; $P(B|A) = 0,65$; $P(B|\bar{A}) = 0,25$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất chọn được học sinh nữ là:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,6 \cdot 0,65 + 0,4 \cdot 0,25 = 0,49.$$