

## BÀI TẬP TỰ LUẬN CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN Lớp 12

**Bài tập 1:** Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ.

### Lời giải

Gọi  $A$  là biến cố “lấy được một viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất” và  $B$  là biến cố “lấy được hai viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai”

$$\text{Khi đó ta có } P(A) = \frac{1}{3}, P(B|A) = \frac{C_7^2}{C_{11}^2} = \frac{21}{55}.$$

$$\text{Suy ra } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{2}{3}; P(B|\bar{A}) = \frac{C_8^2}{C_{11}^2} = \frac{28}{55}.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{21}{55} + \frac{2}{3} \cdot \frac{28}{55} = \frac{7}{15}.$$

**Bài tập 2:** Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 52%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Tính xác suất học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật.

### Lời giải

Gọi  $A$  là biến cố “học sinh được chọn là học sinh nữ” và  $B$  là biến cố “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ nghệ thuật”

$$\text{Khi đó ta có } P(A) = 0,52, P(B|A) = 0,18, P(B|\bar{A}) = 0,15$$

$$\text{Suy ra } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,48.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,52 \cdot 0,18 + 0,48 \cdot 0,15 = 0,1656.$$

**Bài tập 3:** Tỉ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh  $A$  ở một địa phương là 65%. Trong số những người đã tiêm phòng, tỉ lệ mắc bệnh  $A$  là 5%; trong số những người chưa tiêm, tỉ lệ mắc bệnh  $A$  là 17%. Chọn ngẫu nhiên một người ở địa phương đó. Tính xác suất người được chọn mắc bệnh  $A$ .

### Lời giải

Gọi  $X$  là biến cố “Người dân được tiêm phòng bệnh  $A$ ”

$$Y \text{ là biến cố “Người dân mắc bệnh } A\text{”. Ta có } P(X) = 0,65; P(\bar{X}) = 0,35.$$

$$\text{Tỉ lệ mắc bệnh khi tiêm phòng là: } P(Y|X) = 0,05.$$

$$\text{Tỉ lệ mắc bệnh khi chưa tiêm phòng là } P(Y|\bar{X}) = 0,17.$$

a) Xác suất người này mắc bệnh  $A$  là:

$$P(Y) = P(X).P(Y|X) + P(\bar{X}).P(Y|\bar{X}) = 0,65 \cdot 0,05 + 0,35 \cdot 0,17 = 0,092$$

**Bài tập 4:** Ở một khu rừng nọ có 7 chú lùn, trong đó có 4 chú luôn nói thật, 3 chú còn lại luôn tự nhận mình nói thật nhưng xác suất để mỗi chú này nói thật là 0,5. Bạn Tuyết gặp ngẫu nhiên một chú lùn. Gọi  $A$  là biến cố “Chú lùn đó luôn nói thật” và  $B$  là biến cố “Chú lùn đó tự nhận mình luôn nói thật”. Tính xác suất của các biến cố  $A$  và  $B$ .

**Lời giải**

a) Ta có, trong 7 chú lùn thì có 4 chú lùn luôn nói thật, nên  $P(A) = \frac{4}{7} \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{3}{7}$

Vì 4 chú lùn luôn nói thật nên  $P(B|A) = 1$ .

3 chú lùn còn lại nói thật với xác suất là 0,5 nên ta có:  $P(B|\bar{A}) = 0,5$ .

Do đó  $P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = \frac{4}{7} \cdot 1 + \frac{3}{7} \cdot 0,5 = \frac{11}{14}$ .

**Bài tập 5:** Tan giờ học buổi chiều một sinh viên có 60% về nhà ngay, nhưng do giờ cao điểm nên có 30% ngày (số ngày về nhà ngay) bị tắc đường nên bị về nhà muộn. Còn 20% số ngày sinh viên đó vào quán Internet để chơi game, những ngày này xác suất về muộn là 80%. Còn lại những ngày khác sinh viên đó đi chơi với bạn bè và những ngày này có xác suất về muộn là 90%. Xác suất sinh viên đó về muộn là bao nhiêu?

**Lời giải**

Gọi biến cố  $A$ : “sinh viên đó đi học về muộn”.

Biến cố  $B_1$ : “sinh viên đó tan học về nhà ngay”.

Biến cố  $B_2$ : “sinh viên đó tan học đi chơi game”.

Biến cố  $B_3$ : “sinh viên đó tan học đi chơi với bạn bè”.

Ta có:  $P(B_1) = 0,6; P(A|B_1) = 0,3; P(B_2) = 0,2; P(A|B_2) = 0,8; P(B_3) = 0,2; P(A|B_3) = 0,9$  Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3) = 0,6 \cdot 0,3 + 0,2 \cdot 0,8 + 0,2 \cdot 0,9 = 0,52$ .

**Bài tập 6:** Có hai cái hộp. Hộp thứ nhất có 4 bi trắng và 5 bi đen. Hộp thứ hai có 5 bi trắng và 4 bi đen. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi sau đó chọn ngẫu nhiên 1 viên bi ở hộp thứ hai. Khi đó xác suất để lấy được bi trắng là bao nhiêu?

**Lời giải**

Gọi biến cố  $B_k$ : “lấy ra được  $k$  viên bi trắng từ hộp thứ nhất” trong đó  $k = 0, 1, 2, 3$ .

Biến cố  $A$ : “lấy được viên bi trắng từ hộp thứ hai”. Khi đó:

Xác suất lấy ra được 0 viên bi trắng từ hộp thứ nhất là  $P(B_0) = \frac{C_5^3}{C_9^3} = \frac{5}{42}$ .

Xác suất lấy ra được 1 viên bi trắng từ hộp thứ nhất là  $P(B_1) = \frac{C_4^1 C_5^2}{C_9^3} = \frac{10}{21}$ .

Xác suất lấy ra được 2 viên bi trắng từ hộp thứ nhất là  $P(B_2) = \frac{C_4^2 C_5^1}{C_9^3} = \frac{5}{14}$ .

Xác suất lấy ra được 3 viên bi trắng từ hộp thứ nhất là  $P(B_3) = \frac{C_4^3}{C_9^3} = \frac{1}{21}$ .

Xác suất lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ hai với điều kiện lấy được 0 bi trắng từ hộp thứ nhất là

$$P(A|B_0) = \frac{5}{12}.$$

Xác suất lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ hai với điều kiện lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ nhất là

$$P(A|B_1) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

Xác suất lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ hai với điều kiện lấy được 2 bi trắng từ hộp thứ nhất là

$$P(A|B_2) = \frac{7}{12}.$$

Xác suất lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ hai với điều kiện lấy được 3 bi trắng từ hộp thứ nhất là

$$P(A|B_3) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B_0).P(A|B_0) + P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) + P(B_3).P(A|B_3) = \frac{19}{36}.$$

Vậy xác suất để lấy được bi trắng từ hộp thứ hai theo đề bài trên là  $\frac{19}{36}$ .

**Bài tập 7:** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số.

#### Lời giải

Gọi  $A$  là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”;  $B$  là biến cố “viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra  $\bar{B}$  là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”.

Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là  $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$ .

Ta có  $P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}$ ,  $P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}$ ,  $P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}$ ,  $P(A|\bar{B}) = 50\% = \frac{1}{2}$ .

Do đó  $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16}$ .

**Bài tập 8:** Một công ty một ngày sản xuất được 850 sản phẩm trong đó có 50 sản phẩm không đạt chất lượng. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên không hoàn lại 2 sản phẩm để kiểm tra. Xác suất để sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng là

#### Lời giải

Gọi  $A_1, A_2$  lần lượt là các biến cố sản phẩm thứ nhất, sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng.

Nếu sản phẩm thứ nhất không đạt chất lượng thì còn 49 sản phẩm không đạt chất lượng trong tổng số 849 sản phẩm nên  $P(A_2|A_1) = \frac{49}{849}$ .

Ta có  $P(A_1) = \frac{50}{850}$ ,  $P(\bar{A}_1) = \frac{800}{850}$  và  $P(A_2|\bar{A}_1) = \frac{50}{849}$

Xác suất để sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng là

$$P(A_2) = P(A_1).P(A_2|A_1) + P(\bar{A}_1).P(A_2|\bar{A}_1) = \frac{50}{850} \cdot \frac{49}{849} + \frac{800}{850} \cdot \frac{50}{849} = \frac{1}{17}.$$

**Bài tập 9:** Trong trò chơi hái hoa có thưởng của lớp 10A, cô giáo treo 10 bông hoa trên cành cây, trong đó có 5 bông hoa chứa phiếu có thưởng. Bạn Việt hái một bông hoa đầu tiên sau đó bạn Nam hái bông hoa thứ hai. Tính xác suất bạn Nam hái được bông hoa chứa phiếu có thưởng.

**Lời giải**

Gọi  $A$  là biến cố “Bông hoa bạn Nam hái được chứa phiếu có thưởng”,  $B$  là biến cố “Bông hoa bạn Việt hái được chứa phiếu có thưởng”.

$$\text{Ta có } P(B) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}; P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{1}{2}, P(A|B) = \frac{4}{9}; P(A|\bar{B}) = \frac{5}{9}.$$

Xác suất bạn Nam hái được bông hoa chứa phiếu có thưởng là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{2}.$$

**Bài tập 10:** Vào mỗi buổi sáng ở tuyến phố X, xác suất xảy ra tắc đường khi trời mưa và không mưa lần lượt là 0,6 và 0,3. Xác suất có mưa vào một buổi sáng là 0,1. Tính xác suất để sáng đó tuyến phố H bị tắc đường.

**Lời giải**

Gọi  $A$  là biến cố “Tuyến phố X bị tắc đường” và  $B$  là biến cố “Buổi sáng đó có mưa”

$$\text{Theo đề ta có: } P(B) = 0,1; P(A|B) = 0,6; P(A|\bar{B}) = 0,3 \text{ suy ra } P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,9.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,1 \cdot 0,6 + 0,9 \cdot 0,3 = 0,33.$$