TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN
CÔNG THỨC
XÁC SUẤT TOÀN PHẦN
Lớp 12

Câu 1: Một hộp chứa 10 viên bi, trong đó có 6 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Hai bạn An và Bình lần lượt lấy ra một viên bi từ hộp một cách ngẫu nhiên, bi được lấy ra không bỏ lại hộp. Tính xác suất bạn Bình lấy được một viên bi xanh (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Xét hai biến cố A: " Bạn Bình lấy được một viên bi xanh";
B: " Bạn An lấy được một viên bi xanh".

Khi đó, ta có $P(B)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}, P(\overline{B})=1-P(B)=\frac{3}{5}, P(A\mid B)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}, P(A\mid \overline{B})=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}.$

Áp dụng công thức toàn phần, ta có

$$P(A)=P(B).P(A\mid B)+P(\overline{B}).P(A\mid \overline{B})=\frac{2}{5}.\frac{1}{3}+\frac{3}{5}.\frac{2}{3}=\frac{8}{15}\approx 0,53.$$

Câu 2: Số khán giả đến xem buổi biểu diễn âm nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Giả sử, nếu trời không mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,85; còn nếu trời mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,45. Dự báo thời tiết cho thấy nếu xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là 0,6. Tính xác suất để nhà tổ chức sự kiện bán hết vé.

Lời giải

Xét hai biến cố A: " Nhà tổ chức sự kiện bán hết vé";
B: "Trời mưa vào buổi biểu diễn".

Khi đó, ta có $P(B)=0,6; P(\overline{B})=1-P(B)=0,4;\ P(A\mid B)=0,45; P(A\mid \overline{B})=0,85$.

Áp dụng công thức toàn phần, ta có

$$P(A)=P(B).P(A\mid B)+P(\overline{B}).P(A\mid \overline{B})=0,6.0,45+0,4.0,85=0,61.$$

Câu 3: Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong đó nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu?(*làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm)*

Lời giải

Xét các biến cố:
A : " Chọn được người không bị tiểu đường"
B : " Chọn được người cao tuổi là nam"
$\overline{B}$: " Chọn được người cao tuổi là nữ "

Từ giải thuyết ta có $P(B)=\frac{260}{500}=0,52$; $P(A\mid B)=1-0,4=0,6$;

$P(\overline{B})=\frac{240}{500}=0,48$; $P(A\mid \overline{B})=1-0,55=0,45$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A)=P(B).P(A\mid B)+P(\overline{B}).P(A\mid \overline{B})=0,52.0,6+0,48.0,45=0,528\approx 0,53.$$

Câu 4: Có hai hộp đựng bi. Hộp thứ nhất có 2 viên bi màu xanh, 5 viên bi màu đỏ, hộp thứ hai có 3 viên bi màu xanh, 2 viên bi màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên một hộp, từ đó lấy ngẫu nhiên ra một viên bi. Tính xác suất lấy được viên bi màu đỏ.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Lấy được viên bi màu đỏ"

Gọi H_i là biến cố: "Lấy được hộp thứ $i(i=1;2)$ "

Nhận xét: $P(H_1)=P(H_2)=\frac{1}{2}$ nên $P(A|H_1)=\frac{5}{7};P(A|H_2)=\frac{2}{5}$

Áp dụng xác suất toàn phần ta có xác suất lấy được viên bi màu đỏ là

$$P(A)=P(H_1).P(A|H_1)+P(H_2).P(A|H_2)=\frac{1}{2}.\frac{5}{7}+\frac{1}{2}.\frac{2}{5}=\frac{39}{70}\simeq 0,56.$$

Câu 5: Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 90% số viên bi màu đỏ được đánh số và 50% số viên bi màu vàng được đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố: " Viên bi được lấy ra có đánh số"

Gọi B là biến cố: " Viên bi được lấy ra có màu đỏ", suy ra $\overline{B}$ là biến cố: " Viên bi được lấy ra có màu vàng".

Khi đó, ta có: $P(B)=\frac{50}{80}=\frac{5}{8};\ P(\overline{B})=\frac{30}{80}=\frac{3}{8};\ P(A|B)=90\%=\frac{9}{10};\ P(A|\overline{B})=50\%=\frac{1}{2}.$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})=\frac{5}{8}.\frac{9}{10}+\frac{3}{8}.\frac{1}{2}=\frac{3}{4}=0,75.$$

Câu 6: Một lô linh kiện có chứa 40% linh kiện do nhà máy I sản xuất và 60% linh kiện do nhà máy II sản xuất. Biết tỉ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là 3%, 4%. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Tính xác suất để linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố: " linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt"

Gọi B là biến cố: " linh kiện được lấy ra do nhà máy I sản xuất ", suy ra $\overline{B}$ là biến cố: " linh kiện được lấy ra do nhà máy II sản xuất".

Khi đó, ta có: $P(B)=40\%=\frac{2}{5};\ P(\overline{B})=60\%=\frac{3}{5};$

$P(A|B)=100\%-3\%=97\%=\frac{97}{100};\ P(A|\overline{B})=100\%-4\%=96\%=\frac{96}{100}=\frac{24}{25}.$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})=\frac{2}{5}.\frac{97}{100}+\frac{3}{5}.\frac{24}{25}=\frac{241}{250}\approx 0,96.$$

Câu 7: Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Xét các biến cố:

A : "Chọn được người không bị bệnh tiểu đường";

B : "Chọn được người cao tuổi là nam";

$\overline{B}$: "Chọn được người cao tuổi là nữ".

Từ giả thiết, ta có: $P(B)=\dfrac{260}{500}=0,52$; $P(A|\ B)=1-0,4=0,6$;

$P(\overline{B})=\dfrac{240}{500}=0,48$; $P(A|\ \overline{B})=1-0,55=0,45$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(A)=P(B).\mathrm{P}(A|\ B)+P(\overline{B}).P(A|\ \overline{B})=0,52.0,6+0,48.0,45=0,528\approx 0,53$.

Vậy xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là $0,53$.

Câu 8: Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp thứ nhất có 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng. Hộp thứ hai có 6 quả bóng bàn màu trắng và 4 quả bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn ở hộp thứ hai ra. Tính xác suất để lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai.

Lời giải

Vì hộp thứ nhất có 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng nên khi lấy 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất thì có hai khả năng: khả năng thứ nhất là lấy được 3 quả bóng bàn màu trắng và 1 quả bóng bàn màu vàng; khả năng thứ hai là lấy được 2 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng.

Xét các biến cố:

A: "Lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai";

B : "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất, trong đó có 1 quả bóng bàn màu vàng";

$\overline{B}$: "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất, trong đó có 2 quả bóng bàn màu vàng".

Trường hợp 1: Số cách lấy 4 quả bóng bàn từ hộp thứ nhất là C_5^4, có 1 cách lấy 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 cách lấy 1 quả bóng bàn màu vàng, suy ra $P(B)=\dfrac{1.2}{C_5^4}=\dfrac{2}{5}$.

Vi khi đó hộp thứ hai có 9 quả bóng bàn màu trắng và 5 quả bóng bàn màu vàng nên $P(A|\ B)=\dfrac{5}{14}$.

Trường hợp 2: Số cách lấy 4 quả bóng bàn từ hộp thứ nhất là C_5^4, có C_3^2 cách lấy 2 quả bóng bàn màu trắng và 1 cách lấy 2 quả bóng bàn màu vàng, suy ra $P(\overline{B})=\dfrac{C_3^2.1}{C_5^4}=\dfrac{3}{5}$.

Vì khi đó hộp thứ hai có 8 quả bóng bàn màu trắng và 6 quả bóng bàn màu vàng nên

$$P(A|\ \overline{B})=\frac{6}{14}.$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(A)=P(B).P(A|\ B)+P(\overline{B}).P(A|\ \overline{B})=\dfrac{2}{5}\cdot\dfrac{5}{14}+\dfrac{3}{5}\cdot\dfrac{6}{14}=0,4$.

Vậy xác suất để lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai là $0,4$.

Câu 9: Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.

Lời giải

Gọi A là biến cố "bóng đạt chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng"

B là biến cố "sản phẩm đạt tiêu chuẩn".

Theo bài ra ta có: $P(B)=0,8$; $P(\overline{B})=1-0,8=0,2$

Do tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 nên $P(A|B)=0,9$.

Tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95 nên $P(A|\overline{B})=1-0,95=0,05$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})=0,8.0,9+0,2.0,05=0,73.$$

Câu 10: Một đội tuyển thi bắn súng có 10 xạ thủ, bao gồm 4 xạ thủ hạng I và 6 xạ thủ hạng II. Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ hạng I và hạng II lần lượt là $0,75$ và $0,6$. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và xạ thủ đó chỉ bắn một viên đạn. Gọi A là biến cố "Chọn được xạ thủ hạng I" và B là biến cố "Viên đạn trúng mục tiêu". Sử dụng sơ đồ hình cây (tham khảo hình vẽ), tính xác suất để viên đạn đó trúng mục tiêu.

Lời giải

Ta có $P(A)=\dfrac{4}{10}=0,4$; $P(\overline{A})=\dfrac{6}{10}=0,6$; $P(B|A)=0,75$; $P(B|\overline{A})=0,6$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=0,4.0,75+0,6.0,6=0,66.$$

Vậy xác suất để viên đạn trúng mục tiêu là $0,66$.

Câu 11: Một cái hộp có chứa 40 quả cầu màu đỏ và 60 quả cầu màu vàng; các quả cầu có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê người ta thấy số lượng các quả cầu được cho trong bảng sau:

Màu	**Có đánh số**	**Không**
Đỏ	20	20
Vàng	36	24

Người ta lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong hộp, xét hai biến cố sau:

A: "Quả cầu lấy ra có đánh số".

B: "Quả cầu lấy ra có màu đỏ"

Sử dụng công thức xác suất toàn phần tính xác suất để quả cầu lấy ra được đánh số.

Lời giải

Ta có: $P(B)=\dfrac{40}{100}=\dfrac{2}{5}$; $P(\overline{B})=1-P(B)=1-\dfrac{2}{5}=\dfrac{3}{5}$; $P(A|B)=\dfrac{20}{40}=\dfrac{1}{2}$; $P(A|\overline{B})=\dfrac{36}{60}=\dfrac{3}{5}$.

Theo công thức tính xác suất toàn phần ta có xác suất để lấy ra được viên bi được đánh số là

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})=\frac{2}{5}.\frac{1}{2}+\frac{3}{5}.\frac{3}{5}=\frac{14}{25}=0,56.$$

Câu 12: Tỉ lệ bị bệnh cúm tại một địa phương bằng $0,25$. Khi thực hiện xét nghiệm chẩn đoán, nếu người có bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính là 96%, nếu người không bị bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính 8%. Chọn ngẫu nhiên 1 người tại địa phương đó. Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính là bao nhiêu?

Lời giải

Xét các biến cố A: "Chọn được người bi bệnh cúm";

B: "Chọn được người có phản ứng dương tính".

Khi đó $P(A)=0,25$; $P(\overline{A})=0,75$; $P(B|A)=0,96$; $P(B|\overline{A})=0,08$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất của biến cố B là:

$$P(B)=P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})=0,25.0,96+0,75.0,08=0,3.$$

Câu 13: Giả sử tỉ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 25%; tỉ lệ người mắc bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 72%, tỉ lệ người không mắc bệnh phổi trong số người không nghiện thuốc lá là 86%. Ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó, tính xác suất người đó mắc bệnh phổi?

Lời giải

Gọi A là biến cố "người đó nghiện thuốc lá", suy ra $\overline{A}$ là biến cố "người đó không nghiện thuốc lá".

Gọi B là biến cố "người đó mắc bệnh phổi".

Nếu người ta gặp mắc bệnh phổi thì người đó có thể nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá.

Với $P(B)=P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})$.

Ta có: $P(A)=0,25;\ P(B\mid A)=0,72;\ P(\overline{A})=0,75;\ P(B\mid \overline{A})=0,14$

Vậy $P(B)=P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})=0,25.0,72+0,75.0,14=0,285$

Do đó, xác suất để người dân của tỉnh đó mắc bệnh phổi là $0,285$.

Câu 14: Thống kê hồ sơ 250 học sinh khối 10 trong đó có 150 học sinh nữ và 100 học sinh nam. Sau khi thống kê, kết quả có 60% học sinh nữ là đoàn viên, 50% học sinh nam là đoàn viên; những học sinh còn lại không là đoàn viên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong 250 học sinh khối 10. Tính xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên.

Lời giải

Số học sinh nữ là đoàn viên là $60\%.150=90$ (học sinh).

Số học sinh nam là đoàn viên là $50\%.100=50$ (học sinh).

Xét biến cố: A là biến cố "Chọn được học sinh là đoàn viên".

B là biến cố " Chọn được học sinh nam". Khi đó:

$P(B)=\dfrac{100}{250}=\dfrac{2}{5}$; $P(\overline{B})=1-P(B)=1-\dfrac{2}{5}=\dfrac{3}{5}$.

$P(A\mid B)=\dfrac{50}{100}=0,5$; $P(A\mid \overline{B})=\dfrac{90}{150}=0,6$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A)=P(B).P(A\mid B)+P(\overline{B}).P(A\mid \overline{B})=\frac{2}{5}.0,5+\frac{3}{5}.0,6=0,56.$$

Câu 15: Có 1 kho bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 3 loại: loại I để lẫn mỗi thùng 3 lon quá hạn sử dụng, loại II để lẫn mỗi thùng 2 lon quá hạn và loại III để lẫn mỗi thùng có 4 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 lon. Tính xác suất để lấy được 2 lon quá hạn sử dụng (làm tròn đến kết quả phần chục).

Lời giải

Gọi A_i là biến cố chọn được thùng loại i. $(i=I,II,III)$

B là biến cố chọn được 10 sản phẩm trong đó có 2 lon quá hạn từ thùng được chọn ra.

Gọi số thùng loại III là x thùng ($x>0$).

Do đó số thùng loại I và loại II lần lượt là $6x;\ 3x$.

Từ đó, ta có $P(A_1)=\dfrac{6}{10}; P(A_2)=\dfrac{3}{10}; P(A_3)=\dfrac{1}{10}$

Xác suất để chọn được 2 lon quá hạn là:

$$P(B)=P(A_1).P(B\mid A_1)+P(A_2).P(B\mid A_2)+P(A_3).P(B\mid A_3)$$

$$=\frac{6}{10}.\frac{C_3^2C_{21}^8}{C_{24}^{10}}+\frac{3}{10}.\frac{C_4^2C_{20}^8}{C_{24}^{10}}+\frac{1}{10}.\frac{C_2^2C_{22}^8}{C_{24}^{10}}\approx 0,3$$