TRẮC NGHIỆM
CÔNG THỨC BAYES
Lớp 12

Câu 1: Cho hai biến cố A,B thỏa mãn $P(A)=0,4$, $P(B)=0,3$, $P(A|B)=0,25$. Khi đó, $P(B|A)$ bằng

A. $0,1875$. **B.** $0,48$. **C.** $0,333$. **D.** $0,95$.

Lời giải

Theo công thức Bayes, ta có: $P(B|A)=\dfrac{P(B).P(A|B)}{P(A)}=\dfrac{0,3.0,25}{0,4}=0,1875$.

Câu 2: Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A)>0$ và $0<P(B)<1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P(B|A)=\dfrac{P(B)+P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$.

B. $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)-P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$.

C. $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|\overline{B})+P(\overline{B})P(A|B)}$.

D. $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$.

Lời giải

Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A)>0$ và $0<P(B)<1$, khi đó ta có công thức Bayes

$P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$ hay $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$.

Câu 3: Cho hai biến cố A và B, với $P(A)=0,2$, $P(B)=0,26$, $P(B|A)=0,7$. Tính $P(A|B)$.

A. $\dfrac{7}{13}$. **B.** $\dfrac{6}{13}$. **C.** $\dfrac{4}{13}$. **D.** $\dfrac{9}{13}$.

Lời giải

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A|B)=\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\dfrac{0,2.0,7}{0,26}=\dfrac{7}{13}$.

Câu 4: Cho hai biến cố A và B, với $P(B)=0,8$, $P(A|B)=0,7$, $P(A|\overline{B})=0,45$. Tính $P(B|A)$.

A. $0,25$. **B.** $\dfrac{56}{65}$. **C.** $0,65$. **D.** $0,5$.

Lời giải

Ta có: $P(\overline{B})=1-0,8=0,2$. Công thức Bayes: $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$

$\Rightarrow P(B|A)=\dfrac{0,8.0,7}{0,8.0,7+0,2.0,45}=\dfrac{56}{65}$.

Câu 5: Cho hai biến cố A và B, với $P(A)=0,2$, $P(B|A)=0,7$, $P(B|\overline{A})=0,15$. Tính $P(A|B)$.

A. $\dfrac{7}{13}$. **B.** $\dfrac{6}{13}$. **C.** $\dfrac{4}{13}$. **D.** $\dfrac{9}{13}$.

Lời giải

Ta có: $P(A)=0,2 \Rightarrow P(\overline{A})=0,8$, $P(B|A)=0,7$, $P(B|\overline{A})=0,15$.

$P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A}) \Rightarrow P(B)=0,2.0,7+0,8.0,15=0,26$.

Theo công thức Bayes: $P(A|B)=\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(B)} \Rightarrow P(A|B)=\dfrac{0,2.0,7}{0,26}=\dfrac{7}{13}$.

Câu 6: Người ta điều tra thấy ở một địa phương nọ có 3% tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe. Người ta nhận thấy khi tài xế lái xe gây ra tai nạn thì có 21% là do tài xế sử dụng điện thoại. Hỏi việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên bao nhiêu lần?

A. 3. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Ta gọi A là biến cố "Tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe", B là biến cố "Tài xế lái xe gây tai nạn".
Khi đó $P(A)=3\%=0,03, P(A|B)=21\%=0,21$.

Theo công thức Bayes: $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(A)} \Rightarrow \dfrac{P(B|A)}{P(B)}=\dfrac{P(A|B)}{P(A)}=\dfrac{0,21}{0,03}=7.$

Vậy việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe làm tăng xác suất gây tai nạn lên 7 lần.

Câu 7: Cho hai biến cố A và B sao cho $P(A)=0,6$; $P(B)=0,4$; $P(A|B)=0,3$. Khi đó $P(B|A)$ bằng?

A. $0,2$. **B.** $0,3$. **C.** $0,4$. **D.** $0,6$.

Lời giải

Áp dụng công thức Bayes, ta có: $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(A)}=\dfrac{0,4.0,3}{0,6}=0,2$.

Câu 8: Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A)>0$ và $0<P(B)<1$. Khẳng định nào dưới đây **sai?**

A. $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(A)P(B|A)}$.

B. $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$.

C. $P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$.

D. $P(A)=P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})$.

Lời giải

Giả sử A và B là hai biến cố ngẫu nhiên thỏa mãn $P(A)>0$ và $0<P(B)<1$. Khi đó, công thức Bayes:

$P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})}$ hay còn có thể viết dưới dạng:

$P(B|A)=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(A)}$.

Câu 9: Cho hai biến cố A và B. Biết rằng $P(B)=0,8$; $P(A|B)=0,7$ và $P(A|\overline{B})=0,45$. Khi đó giá trị của $P(B|A)$ bằng

A. $0,25$. **B.** $0,65$. **C.** $\dfrac{56}{65}$. **D.** $0,5$.

Lời giải

Ta có $P(\overline{B})=1-P(B)=1-0,8=0,2$ nên:

$$P(A)=P(B).P(A\mid B)+P(\overline{B}).P(A\mid \overline{B})=0,8.0,7+0,2.0,45=0,65.$$

Do đó theo công thức Bayes ta có $P(B\mid A)=\dfrac{P(B).P(A\mid B)}{P(A)}=\dfrac{0,8.0,7}{0,65}=\dfrac{56}{65}$.

Câu 10: Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X, xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là

A. $\dfrac{7}{13}$. **B.** $\dfrac{6}{13}$. **C.** $\dfrac{4}{13}$. **D.** $\dfrac{9}{13}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố "người đó nghiện thuốc lá"; $\overline{A}$ là biến cố "người đó không nghiện thuốc lá"; B là biến cố "người đó bị bệnh phổi". Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá.

Ta có $P(A)=0,2;\ P(B\mid A)=0,7;\ P(\overline{A})=0,8;\ P(B\mid \overline{A})=0,15$.

$$P(B)=P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})=0,2.0,7+0,8.0,15=0,26.$$

Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $P(A\mid B)$.

Theo công thức Bayes ta có $P(A\mid B)=\dfrac{P(A).P(B\mid A)}{P(B)}=\dfrac{0,2.0,7}{0,26}=\dfrac{7}{13}$.

Câu 11: Hai máy tự động sản xuất cùng một loại chi tiết, trong đó máy I sản xuất 35%, máy II sản xuất 65% tổng sản lượng. Tỉ lệ phế phẩm của các máy lần lượt là $0,3\%$ và $0,7\%$. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ kho. Tính xác suất để chọn được phế phẩm do máy I sản xuất?

A. $0,0056$. **B.** $0,1875$. **C.** $0,1785$. **D.** $0,1587$.

Lời giải

Gọi A_1 là biến cố "Sản phẩm được chọn do máy I sản xuất"

A_2 là biến cố "Sản phẩm được chọn do máy II sản xuất"

B là biến cố "Sản phẩm được chọn là phế phẩm"

Suy ra $A_1\mid B$ là biến cố "chọn được phế phẩm do máy I sản xuất"

Ta có $P(A_1)=0,35$, $P(A_2)=0,65$, $P(B\mid A_1)=0,003$, $P(B\mid A_2)=0,007$

$$P(B)=P(B\mid A_1).P(A_1)+P(B\mid A_2).P(A_2)=0,0056$$

Theo công thức Bayes có: $P(A_1\mid B)=\dfrac{P(B\mid A_1).P(A_1)}{P(B)}=0,1875$.

Câu 12: Một căn bệnh X có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh X, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

A. $0,4$. **B.** $0,35$. **C.** $0,5$. **D.** $0,65$.

Lời giải

Gọi A là biến cố "người đó mắc bệnh", B là biến cố "kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)"

Theo công thức Bayes ta có $P(A\mid B)=\dfrac{P(A).P(B\mid A)}{P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})}$.

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $P(A)=1\%=0,01$. Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $P(\overline{A})=1-0,01=0,99$.

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là $P(B\mid A)=99\%=0,99$. Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là $P(B\mid\overline{A})=1-0,99=0,01$.

Xác suất để người đó thực sự bị bệnh là

$$P(A\mid B)=\frac{P(A).P(B\mid A)}{P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid\overline{A})}=\frac{0,01.0,99}{0,01.0,99+0,99.0,01}=0,5.$$

Câu 13: Cho hai biến cố A,B thỏa mãn $P(A)=0,3;\ P(B)=0,2$ và $P(A\mid B)=0,15$. Khi đó, $P(B\mid A)$ bằng

A. $0,1$. **B.** $0,4$. **C.** $0,225$. **D.** $0,009$.

Lời giải

Theo công thức Bayes, ta có: $P(B\mid A)=\dfrac{P(B).P(A\mid B)}{P(A)}=\dfrac{0,2.0,15}{0,3}=0,1$.

Câu 14: Một bệnh viện sử dụng một xét nghiệm để phát hiện một loại bệnh với độ chính xác là 95% (nghĩa là 95% bệnh nhân mắc bệnh sẽ có kết quả dương tính). Xét nghiệm này cũng có tỷ lệ dương tính giả là 2% (nghĩa là 2% bệnh nhân không mắc bệnh cũng có kết quả dương tính). Biết rằng 1% dân số thực sự mắc bệnh này. Nếu một người nhận kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất thực sự người đó mắc bệnh là bao nhiêu?

A. Khoảng 32%. **B.** Khoảng 47%. **C.** Khoảng 83%. **D.** Khoảng 95%.

Lời giải

Để giải câu hỏi này, chúng ta sẽ sử dụng công thức Bayes.

Gọi B là biến cố người mắc bệnh, có $P(B)=1\%=0,01$.

$\overline{B}$ là biến cố người không mắc bệnh, có $P(\overline{B})=1-P(B)=1-0,01=0,99$.

Gọi D là biến cố người đó được xét nghiệm có kết quả dương tính. Khi đó

Xác suất xét nghiệm dương tính nếu mắc bệnh là $P(D\mid B)=95\%=0,95$.

Xác suất xét nghiệm dương tính nếu không mắc bệnh là $P(D\mid\overline{B})=2\%=0,02$.

Dùng công thức Bayes để tính xác suất mắc bệnh khi có kết quả xét nghiệm dương tính:

$$P(B\mid D)=\frac{P(B).P(D\mid B)}{P(D)}$$

$P(D)=P(B).P(D\mid B)+P(\overline{B}).P(D\mid\overline{B})=0,95.0,01+0,02.0,99=0,0293$.

Suy ra: $P(B\mid D)=\dfrac{0,95.0,01}{0,0293}\approx 0,3242$.

Vậy xác suất người đó thực sự mắc bệnh là khoảng 32%.

Câu 15: Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất $0,95$ và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất $0,01$. Thống kê cho thấy tỉ lệ thư rác là 3%. Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn. Tính xác suất để đó là thư rác (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

A. $0,095$. **B.** $0,746$. **C.** $0,476$. **D.** $0,003$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Thư được chọn là thư rác”

B là biến cố: “Thư được chọn là bị chặn”.

Ta có $P(A)=3\%=0,03$;

$P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,03=0,97$; $P(B\mid A)=0,95$; $P(B\mid \overline{A})=0,01$.

Công thức Bayes, ta có

$$P(A\mid B)=\frac{P(A).P(B\mid A)}{P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})}=\frac{0,03.0,95}{0,03.0,95+0,97.0,01}\approx 0,746.$$

Câu 16: Được biết có 5% đàn ông bị mù màu, và $0,25\%$ phụ nữ bị mù màu (*Nguồn: F. M. Dekking et al., A modern introduction to probability and statistics – Understanding why and how, Springer, 2005).* Giả sử số đàn ông bằng số phụ nữ. Chon một người bị mù màu. Xác suất để người đó là đàn ông là bao nhiêu?

A. $\frac{19}{21}$. **B.** $\frac{20}{21}$. **C.** $\frac{24}{25}$. **D.** $\frac{18}{25}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố người được chọn là đàn ông, B là biến cố người được chọn mù màu.

Theo đề bài ra ta có $P(B|A)=0,05; P(B|\overline{A})=0,0025$.

Vì số đàn ông bằng số phụ nữ nên ta có $P(A)=P(\overline{A})=0,5$.

Áp dụng công thức Bayes ta có xác suất để chọn được một người đàn ông mù màu là

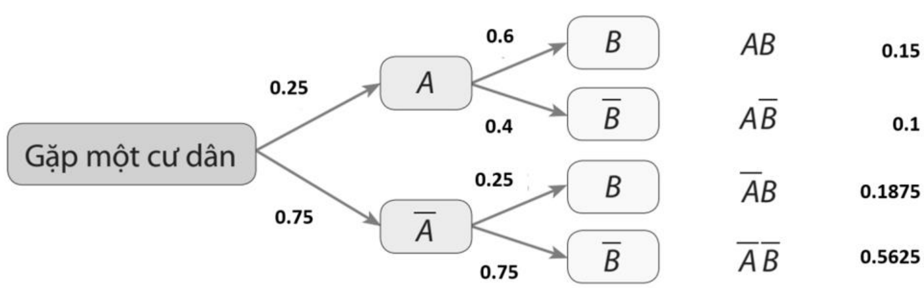
$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}=\frac{0,5.0,05}{0,5.0,05+0,5.0,0025}=\frac{20}{21}.$$

Câu 17: Kết quả khảo sát tại một xã cho thấy có 25% cư dân hút thuốc lá. Tỉ lệ cư dân thường xuyên gặp các vấn đề sức khoẻ về đường hô hấp trong số những người hút thuốc lá và không hút thuốc lá lần lượt là 60% và 25%. Nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khoẻ về đường hô hấp thì xác suất người đó có hút thuốc lá là bao nhiêu?

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{7}{9}$. **D.** $\frac{8}{9}$.

Lời giải

Giả sử ta gặp một cư dân của xã, gọi A là biến cố "Người đó có hút thuốc lá" và B là biến cố "Người đó thường xuyên gặp các vấn đề sức khoẻ về đường hô hấp". Ta có sơ đồ hình cây sau:



Ta có $P(B)=P(A).P(B|\ A)+P(\overline{A}).P(B|\ \overline{A})=0,15+0,1875=0,3375$.

Theo công thức Bayes, ta có $P(A|\ B)=\frac{P(A)P(B|\ A)}{P(B)}=\frac{0,15}{0,3375}=\frac{4}{9}$.

Vậy nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khoẻ về đường hô hấp thì xác suất người đó có hút thuốc lá là $\frac{4}{9}$.

Câu 18: Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?

A. $\frac{95}{98}$. **B.** $\frac{931}{1000}$. **C.** $\frac{95}{100}$. **D.** $\frac{98}{100}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: " Qua được lần kiểm tra đầu tiên" $\Rightarrow P(A)=0,98$

Gọi B là biến cố: "Qua được lần kiểm tra thứ 2" $\Rightarrow P(B|A)=0,95$

Chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải thỏa mãn 2 điều kiện trên hay ta đi tính $P(A\cap B)$

Ta có: $P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A\cap B)=P(B|A).P(A)=0,95.0,98=\frac{931}{1000}$.

Câu 19: Giả sử có một loại bệnh S mà tỉ lệ người mắc bệnh là $0,1\%$. Giả sử có một loại xét nghiệm, mà ai mắc bệnh S khi xét nghiệm cũng có phản ứng dương tính, nhưng tỉ lệ phản ứng dương tính giả là 5% (tức là trong số những người không bị bệnh S có 5% số người xét nghiệm lại có phản ứng dương tính). Khi một người xét nghiệm có phản ứng dương tính thì khả năng mắc bệnh S của người đó là bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

A. $1,96\%$. **B.** $1,69\%$. **C.** $1,97\%$. **D.** $0,5\%$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Người đó mắc bệnh S"; B là biến cố: "Người đó xét nghiệm có phản ứng dương tính".
Ta cần tính $P(A|B)$.

Ta có: $P(A)=0,001$; $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,001=0,999$; $P(B|A)=1$; $P(B|\overline{A})=0,05$.

Thay vào công thức Bayes ta được:

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})}=\frac{0,001.1}{0,001.1+0,999.0,05}=\frac{20}{1019}\approx 1,96\%.$$

Câu 20: Giả sử tỉ lệ người dân của thủ đô Hà Nội nghiện thuốc lá là 30%; tỉ lệ người bị bệnh phổi là 38% và tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 80%. Chọn ngẫu nhiên một người của thủ đô Hà Nội, tính xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi.

A. $\frac{7}{13}$. **B.** $\frac{6}{19}$. **C.** $\frac{4}{13}$. **D.** $\frac{12}{19}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố "người nghiện thuốc lá".
Gọi B là biến cố "người bị bệnh phổi".

Ta có: $\begin{cases} P(A)=0,3. \\ P(B)=0,38. \\ P(B|A)=0,8. \end{cases}$

Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $P(A|B)$

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A|B)=\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\dfrac{0,3.0,8}{0,38}=\dfrac{12}{19}$

Trong số người bị bệnh phổi của thủ đô Hà Nội, có khoảng $\dfrac{12}{19}$ số người nghiện thuốc lá.

Câu 21: Có hai đội thi đấu môn bơi lội. Đội I có 4 vận động viên, đội II có 6 vận động viên. Xác suất đạt huy chương bạc của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là $0,7$ và $0,6$. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương bạc. Tính xác suất để vận động viên này thuộc đội I.

A. $\dfrac{8}{11}$. **B.** $\dfrac{11}{16}$. **C.** $\dfrac{3}{16}$. **D.** $\dfrac{7}{16}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: " Vận động viên được chọn thuộc đội I".

Suy ra $\overline{A}$ là biến cố: " Vận động viên được chọn thuộc đội II".

B là biến cố: " Vận động viên được chọn đạt huy chương bạc".

Khi đó $P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})$.

Trong đó: $P(A)=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$, $P(B|A)=0,7$; $P(\overline{A})=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$, $P(B|\overline{A})=0,6$.

Suy ra: $P(B)=\dfrac{2}{5}.0,7+\dfrac{3}{5}.0,6=\dfrac{16}{25}$.

Theo công thức Bayes ta có: $P(A|B)=\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\dfrac{\frac{2}{5}.0,7}{\frac{16}{25}}=\dfrac{7}{16}$.

Câu 22: Một ứng dụng được sử dụng để chặn cuộc gọi rác trong điện thoại. Tuy nhiên, vì ứng dụng không tuyệt đối hoàn hảo nên một cuộc gọi rác bị chặn với xác suất $0,8$ và một cuộc gọi đúng (không phải là cuộc gọi rác) bị chặn với xác suất $0,01$. Thống kê cho thấy tỉ lệ cuộc gọi rác là 10%. Chọn ngẫu nhiên một cuộc gọi không bị chặn. Xác suất để đó là cuộc gọi đúng là

A. $\dfrac{891}{911}$. **B.** $\dfrac{891}{911}$. **C.** $\dfrac{123}{892}$. **D.** $\dfrac{213}{911}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "cuộc gọi được chọn là cuộc gọi rác", B là biến cố: "cuộc gọi chọn bị chặn" thì $\overline{B}$ là biến cố: "cuộc gọi được chọn không bị chặn".

Theo đầu bài ta có: $P(A)=0,1$, $P(\overline{A})=0,9$, $P(B|A)=0,8$, $P(B|\overline{A})=0,01$.

Ta có: $P(B)=P(B|A).P(A)+P(B|\overline{A}).P(\overline{A})=0,8.0,1+0,01.0,9=0,089$.

Vì $P(B|\overline{A})=0,01\Rightarrow P(\overline{B}|\overline{A})=0,99$, $P(B|A)=0,8\Rightarrow P(\overline{B}|A)=0,2$

Theo công thức Bayes ta có:

$$P(\overline{A}|\overline{B})=\frac{P(\overline{A}).P(\overline{B}|\overline{A})}{P(\overline{A}).P(\overline{B}|\overline{A})+P(A).P(\overline{B}|A)}=\frac{0,9.0,99}{0,9.0,99+0,1.0,2}=\frac{891}{911}.$$

Câu 23: Năm 2001, Cộng đồng châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bò bị bệnh bò điên. Không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác 100%. Một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm X, cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm X là 70%, còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm X là 10%. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 13 con trên 1000000 con. Khi một con bò ở Hà Lan có phản ứng dương tính với xét nghiệm X thì xác suất để nó bị mắc bệnh bò điên là:

A. $\frac{91}{100078}$. **B.** $\frac{91}{1000078}$. **C.** $\frac{91}{3000052}$. **D.** $\frac{91}{8999974}$.

Lời giải

Xét các biến cố:

A: "Con bò ở Hà Lan bị bệnh bò điên";

B: "Con bò ở Hà Lan có phản ứng dương tính với xét nghiệm X".

Theo giả thiết, ta có: $P(A)=0,000013; P(B\mid A)=0,7; P(B\mid \overline{A})=0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(B)=P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})=0,000013.0,7+(1-0,000013).0,1=0,1000078.$

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A\mid B)=\dfrac{P(A).P(B\mid A)}{P(B)}=\dfrac{0,000013.0,7}{0,1000078}=\dfrac{91}{1000078}$.

Vậy xác suất để một con bò Hà Lan bị bệnh bò điên nếu nó phản ứng dương tính với xét nghiệm A là $\dfrac{91}{1000078}$

Câu 24: Trường THPT Hòa Bình có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là:

A. $\frac{17}{25}$. **B.** $\frac{7}{25}$. **C.** $\frac{17}{29}$. **D.** $\frac{17}{75}$.

Lời giải

Xét các biến cố: A: "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc";

B: "Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar".

Khi đó, $P(A)=0,2; P(\overline{A})=0,8; P(B\mid A)=0,85; P(B\mid \overline{A})=0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(B)=P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})=0,2.0,85+0,8.0,1=0,25$.

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A\mid B)=\dfrac{P(A).P(B\mid A)}{P(B)}=\dfrac{0,2.0,85}{0,25}=0,68=\dfrac{17}{25}$.

Vậy xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc, biết học sinh đó chơi được đàn guitar là $\dfrac{17}{25}$.